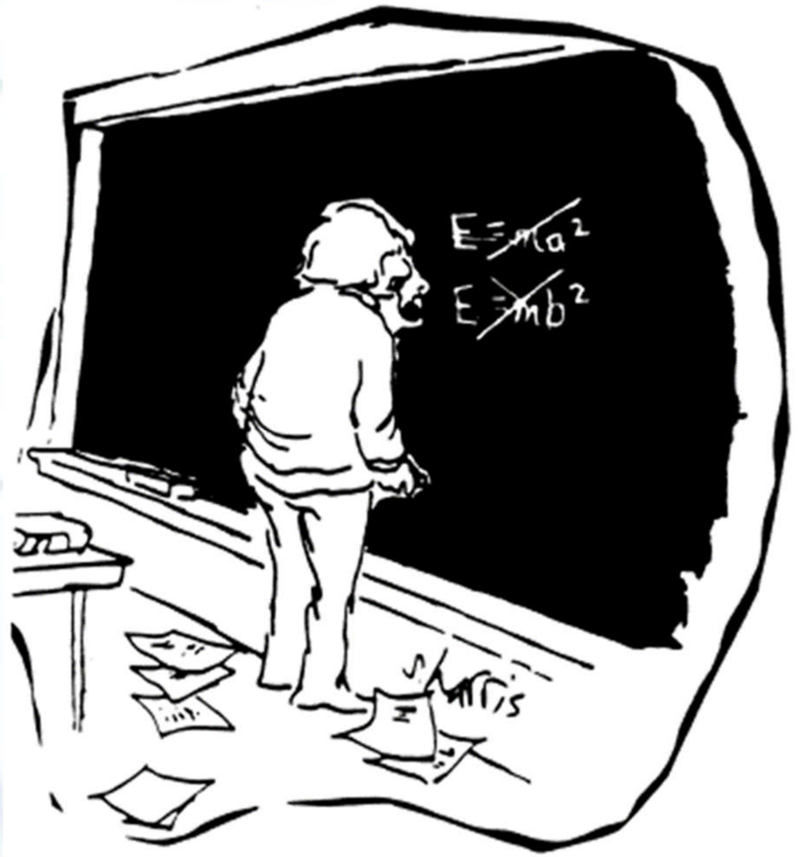
Der mathematische Werkzeugkasten



Keine Chemie ohne Mathematik!

- Formeln umstellen & Dreisatz
- Bekannt aus der Schule: Potenzen
- Wissenschaft: Zehnerpotenzen
- Umgang mit Einheiten
- Einige Beispiele

Formeln umstellen

„Formel umstellen“ = eine Größe von einer Seite einer Gleichung (Formel) auf die andere Seite bringen.

Vorzeichenwechsel (1)

Bringt man eine positive Größe auf die andere Seite der Gleichung, so wird diese Größe negativ. Entsprechendes gilt umgekehrt.

$$ab + cd = y$$

Vorzeichenwechsel (1)

Bringt man eine positive Größe auf die andere Seite der Gleichung, so wird diese Größe negativ. Entsprechendes gilt umgekehrt.

```
ab + cd = y
     ab = y - cd
```

Auflösen einer Gleichung

„Auflösen einer Gleichung nach *x*" bedeutet, dass *x* auf einer Seite der Gleichung alleine steht.

$$24 + x = 12$$

Auflösen einer Gleichung

„Auflösen einer Gleichung nach *x*“ bedeutet, dass *x* auf einer Seite der Gleichung alleine steht.

$$24 + x = 12$$

$$x = 12 - 24$$

Zwischenbemerkung 1

Einige Bezeichnungen, die man kennen sollte:

- Summand + Summand = Summe
- Minuend – Subtrahend = Differenz
- Faktor · Faktor = Produkt
- Dividend : Divisor = Quotient

Zwischenbemerkung 2

Das Divisionszeichen und der Bruchstrich sind ein und dasselbe:

$$a : b = \frac{a}{b}$$

Zwischenbemerkung 2

Das Divisionszeichen und der Bruchstrich sind ein und dasselbe:

$$a : b = \frac{a}{b}$$

Stimmts?

$$3 : 6 = \frac{1}{2} \qquad \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Vorzeichenwechsel (3)

Bringt man einen Faktor auf die andere Seite der Gleichung, wird er zum Divisor, d. h. er steht unter dem Bruchstrich.

$$a \cdot {\color{red}b} = \frac{c}{d}$$

Vorzeichenwechsel (3)

Bringt man einen Faktor auf die andere Seite der Gleichung, wird er zum Divisor, d. h. er steht unter dem Bruchstrich.

$$a \cdot b = \frac{c}{d}$$

$$a = \frac{c}{b \cdot d}$$

Vorzeichenwechsel (4)

Bringt man einen Divisor auf die andere Seite der Gleichung, wird er zum Faktor.

$$\frac{c}{b \cdot d} = a$$

Vorzeichenwechsel (4)

Bringt man einen Divisor auf die andere Seite der Gleichung, wird er zum Faktor.

$$\frac{c}{b \cdot d} = a$$

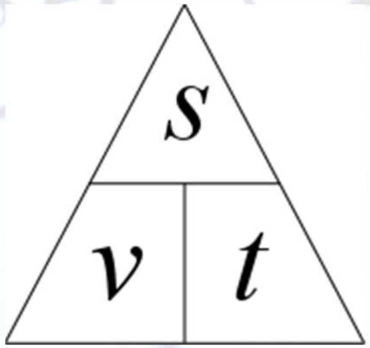
$$\frac{c}{d} = a \cdot b$$

Mathematisch nicht korrekt, aber griffig ausgedrückt:

Plus wird *Minus* und umgekehrt, *Mal* wird *Geteilt* und umgekehrt.

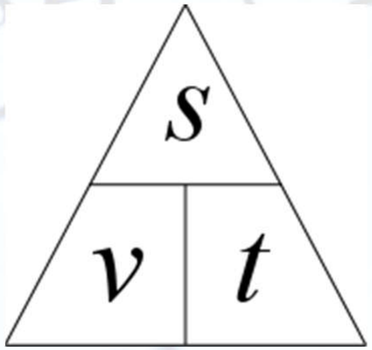
Das Formeldreieck (1)

Bei fast allen Formeln kann man sich das Formeldreieck aufzeichnen. Bei der einfachen Formel $v = \frac{s}{t}$ sieht das so aus:



Das Formeldreieck (2)

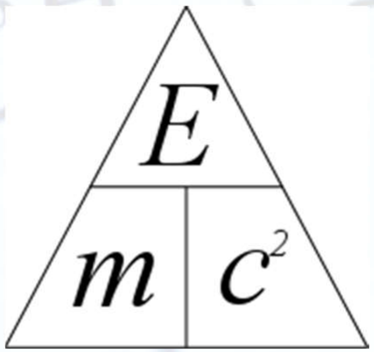
Durch die waagerechte Linie getrennte Größen werden durcheinander dividiert; durch die senkrechte Linie getrennte Größen werden miteinander multipliziert:



$s = v \cdot t$ $\qquad v = \frac{s}{t}$ $\qquad t = \frac{s}{v}$

Das Formeldreieck (3)

Einsteins berühmteste Formel als Formeldreieck



$$E = mc^2 \qquad m = \frac{E}{c^2} \qquad c^2 = \frac{E}{m}$$

Ein Beispiel

$$h = \frac{F}{m + \frac{J}{r^2}}$$ ist nach r^2 aufzulösen.

Ein Beispiel

$$h = \frac{F}{m + \frac{J}{r^2}}$$ ist nach r^2 aufzulösen.

$$h = \frac{F}{m + J/r^2} \Rightarrow h * \left(m + J/r^2\right) = F \Rightarrow hm + \frac{Jh}{r^2} = F$$

$$hm + \frac{Jh}{r^2} = F \Rightarrow \frac{Jh}{r^2} = F - hm \Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{F - hm}{Jh}$$

$$r^2 = \frac{Jh}{F - hm}$$

Zur Erinnerung: Dreisatz

https://www.youtube.com/watch?v=CcYBcAu4Q5I

https://www.youtube.com/watch?v=9xVKmBVUGGw

- Formeln umstellen & Dreisatz
- Bekannt aus der Schule: Potenzen
- Wissenschaft: Zehnerpotenzen
- Umgang mit Einheiten
- Einige Beispiele

Definition der Potenz

$$a^n := \underbrace{a \cdot a \cdot a \ldots a \cdot a}_{n \text{ Faktoren}}$$

a heißt Basis der Potenz a^n

n heißt Exponent der Potenz a^n.

Festlegung: $a^0 = 1$

Multiplikation von Potenzen

Multiplizieren von Potenzen mit gleicher Basis: Die Exponenten werden addiert.

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Beispiel: $n = 2, \; m = 3$

$$a^2 \cdot a^3 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$$

Zahlenbeispiel:

$$2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$$

Division von Potenzen

Dividieren von Potenzen mit gleicher Basis: Die Exponenten werden voneinander subtrahiert:

$$a^n : a^m = \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

Beispiel: $n = 5,\ m = 3$

$$\frac{a^5}{a^3} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}{a \cdot a \cdot a} = a^2$$

Zahlenbeispiel:

$$\frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3} = 2^2$$

Zwischenbemerkung

Mit der Divisionsregel lässt sich übrigens zeigen, warum die Festlegung $a^0 = 1$ sinnvoll ist:

$$\frac{a^m}{a^m} = 1 = a^{m-m} = a^0$$

Potenzieren von Potenzen

Potenzen werden potenziert, indem man die Exponenten multipliziert:

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Zahlenbeispiel:

$$(10^4)^2 = 10^{4 \cdot 2} = 10^8$$

Auch das ~~sollte~~ muss man wissen (1)

$$a^{-1} = \frac{1}{a}\text{, allgemein: } a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Auch das ~~sollte~~ muss man wissen (2)

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

- Formeln umstellen & Dreisatz
- Bekannt aus der Schule: Potenzen
- Wissenschaft: Zehnerpotenzen
- Umgang mit Einheiten
- Einige Beispiele

Bedeutung des Exponenten

Bei Zehnerpotenzen gibt der Exponent die Anzahl der Nullen an:

$10^0 = 1$ (Definition von a^0)

$10^1 = 10$

$10^2 = 100$

$10^3 = 1000$

…

Negativer Exponent

Der negative Exponent gibt die Anzahl der Nullen einschließlich der Null vor dem Komma an.

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

$$10^{-2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$$

$$10^{-3} = \frac{1}{100} = 0{,}001$$

…

Multiplikation

Multiplizieren: Die Exponenten werden addiert.
(Multiplikationsregel für Potenzen)

$$10^2 \cdot 10^3 = 10^{2+3} = 10^5$$

Stimmt's?

$$10^2 \cdot 10^3 = 100 \cdot 1000 = 100000 = 10^5$$

Die Multiplikation reduziert sich praktisch auf das Zählen der Nullen.

Noch ein Beispiel

$$10^{-2} \cdot 10^{-3} = 10^{(-2)+(-3)} = 10^{-5}$$

Stimmt's?

$$10^{-2} \cdot 10^{-3} = \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{1000} = \frac{1}{100000} = 10^{-5}$$

Division

Dividieren: Die Exponenten werden subtrahiert.
(Divisionsregel für Potenzen)

$$10^3 : 10^2 = \frac{10^3}{10^2} = 10^{3-2} = 10^1 = 10$$

$$10^2 : 10^{-3} = 10^{2-(-3)} = 10^{2+2} = 10^5$$

$$10^2 : 10^{-3} = 100 : \frac{1}{1000} = 100 \cdot 1000 = 10^5$$

(Zur Erinnerung: Division durch einen Bruch ist Multiplikation mit dem Kehrwert!)

Über und unter dem Bruchstrich

Beim Positionswechsel innerhalb eines Bruchs, d. h. vom Zähler in den Nenner oder umgekehrt, ändert der Exponent der Potenz sein Vorzeichen:

$$\frac{1}{10^{-3}} \text{ ist dasselbe wie } \frac{10^{3}}{1} = 10^{3}$$

$$\frac{1}{10^{3}} \text{ ist dasselbe wie } \frac{10^{-3}}{1} = 10^{-3}$$

Beispiel

Der Exponent 4 ändert beim Wechsel der Potenz vom Nenner zum Zähler sein Vorzeichen:

$$\frac{14 \cdot 10^2 \cdot 3{,}5}{7 \cdot 10^{-4}} = \frac{14 \cdot 10^2 \cdot 3{,}5 \cdot 10^4}{7} = 7 \cdot 10^6$$

$$\frac{14 \cdot 10^2 \cdot 3{,}5}{7 \cdot 10^{4}} = \frac{14 \cdot 10^2 \cdot 3{,}5 \cdot 10^{-4}}{7} = 7 \cdot 10^{-2}$$

Dem Taschenrechner vertrauen?

$$4{,}93 \cdot 10^{48} + 6{,}74 \cdot 10^{20} = ?$$

Dem Taschenrechner vertrauen?

In: $4.93 \cdot 10^{48} + 6.74 \cdot 10^{20}$

Out: $4.93 \cdot 10^{48}$

Dem Taschenrechner vertrauen?

In: $4.93 \cdot 10^{48} + 6.74 \cdot 10^{20}$

Out: $4.93 \cdot 10^{48}$

```
4930000000000000000000000000000000000000000000000
                            674000000000000000000
-------------------------------------------------
4930000000000000000000000000674000000000000000000
```

- Formeln umstellen & Dreisatz
- Bekannt aus der Schule: Potenzen
- Wissenschaft: Zehnerpotenzen
- Umgang mit Einheiten
- Einige Beispiele

Einheiten sind wie Zahlen (1)

Einheiten kann man genau wie Zahlen addieren (und natürlich subtrahieren):

```
20 µmol + 45 µmol = 65 µmol
```

Man kann das auch als Ausklammern des µmol betrachten:

```
20 µmol + 45 µmol = (20 + 45) µmol = 65 µmol
```

Einheiten sind wie Zahlen (2)

Einheiten in einem Bruch kann man normal kürzen:

$$m = 20 \ \frac{g}{\cancel{mol}} \cdot 0{,}5 \ \cancel{mol} = 10 \ g$$

Potenzieren von Einheiten (1)

Wenn mit Einheiten versehene Größen potenziert werden, muss immer *beides* potenziert werden: die Zahl *und* die Einheit:

$$(20\ \mathrm{cm})^2 = 20^2 \cdot \mathrm{cm}^2 = 400\ \mathrm{cm}^2$$

Zur Erinnerung: $(ab)^n = a^n\, b^n$

$(20\ \mathrm{cm})^2$ ist etwas anderes als $20\ \mathrm{cm}^2$!

Potenzieren von Einheiten (1)

Besonders bei der Umrechnung von Einheiten ist darauf zu achten, dass die Zehnerpotenzen mitpotenziert werden, wie hier bei der Umrechnung von cm^2 in m^2:

$$1\ cm^2 = (10^{-2}\ m)^2 = (10^{-2})^2 \cdot m^2 = 10^{-4}\ m^2$$

Präfixe

Bruchteile oder Vielfache von Einheiten werden meist mit Vorsilben (Präfixen) versehen. Beispiele:

- Die Vorsilbe „Kilo“ bedeutet 1000 oder 10^3 und man schreibt 1000 Meter = 1 Kilometer
- Die Vorsilbe „Milli“ bedeutet 1/1000 oder 10^{-3}, also 1/1000 L = 1 mL.
- 1 kg sind 1000 g und 1 mm ist 1/1000 Meter.

Bei Verständnisproblemen machen Sie sich das an alltäglichen Einheiten wie Kilometer, Gramm, Mikroliter etc. klar.

Der Code:

Wert und Vorsilbe	*Name*	*Wert und Vorsilbe*	*Name*
10^{1} = da	Deka	10^{-1} = d	Dezi
10^{2} = h	Hekto	10^{-2} = c	Zenti
10^{3} = k	Kilo	10^{-3} = m	Milli
10^{6} = M	Mega	10^{-6} = µ	Mikro
10^{9} = G	Giga	10^{-9} = n	Nano
10^{12} = T	Tera	10^{-12} = p	Pico
10^{15} = P	Peta	10^{-15} = f	Femto
10^{18} = E	Exa	10^{-18} = a	Atto

Kürzen von Einheiten

Zwei Beispiele:

$$m = 2{,}5\frac{g}{mol} * 2\ \mu mol = 2{,}5\frac{g}{\cancel{mol}} * 2 * 10^{-6}\ \cancel{mol} = 5 * 10^{-6}\ g$$

$$w = 300\frac{\mu g}{g} = 300\frac{10^{-6}\cancel{g}}{\cancel{g}} = 3 * 10^{2} * 10^{-6} = 0{,}0003\ (=3\ \%)$$

- Formeln umstellen & Dreisatz
- Bekannt aus der Schule: Potenzen
- Wissenschaft: Zehnerpotenzen
- Umgang mit Einheiten
- Einige Beispiele

Beispiel 1: Keine Angst vor komplizierten Formeln!

Die rechte Seite der Formel ist so weit wie möglich zu vereinfachen.

$$y = \frac{\pi \cdot (430\ \mu m)^4 \cdot 0{,}7914\ \frac{g}{cm^3} \cdot 9{,}80723\ \frac{m}{s^2} \cdot (20\,min\,45s)}{8 \cdot 237\ mm \cdot 3{,}53\ cm^2 \cdot \ln \frac{298\ mm - 13\ mm}{34\ mm - 13\ mm}}$$

$$y = \frac{\pi \cdot (430\ \mu m)^4 \cdot 0,7914\ \frac{g}{cm^3} \cdot 9,80723\ \frac{m}{s^2} \cdot (20\,min\,45s)}{8 \cdot 237\ mm \cdot 3,53\ cm^2 \cdot \ln \frac{298\ mm - 13\ mm}{34\ mm - 13\ mm}}$$

$$y = \frac{\pi \cdot (430\ \mu m)^4 \cdot 0,7914\,g \cdot 9,80723\,m \cdot (20\,min\,45s)}{8 \cdot 237\ mm \cdot 3,53\ cm^2 \cdot \ln \frac{298\ mm - 13\ mm}{34\ mm - 13\ mm}\ cm^3 \cdot s^2}$$

$$y = \frac{\pi \cdot (430\ \mu m)^4 \cdot 0{,}7914\, g \cdot 9{,}80723\, m \cdot (20\, min\, 45 s)}{8 \cdot 237\ mm \cdot 3{,}53\ cm^2 \cdot \ln \frac{298\ mm - 13\ mm}{34\ mm - 13\ mm}\, cm^3 \cdot s^2}$$

$$y = \frac{\pi \cdot (430\ \mu m)^4 \cdot 0{,}7914\, g \cdot 9{,}80723\, m \cdot 1245\ s}{8 \cdot 237\ mm \cdot 3{,}53\ cm^2 \cdot \ln 13{,}6\ cm^3 \cdot s^2}$$

$$y = \frac{\pi \cdot (430\ \mu m)^4 \cdot 0{,}7914\, g \cdot 9{,}80723\, m \cdot 1245\ s}{8 \cdot 237\ mm \cdot 3{,}53\ cm^2 \cdot\ 2{,}61\ \cdot cm^3 \cdot s^2}$$

$$y = \frac{\pi \cdot (430\ \mu m)^4 \cdot 0{,}7914\, g \cdot 9{,}80723\, m \cdot 1245\ s}{8 \cdot 237\ mm \cdot 3{,}53\ cm^2 \cdot 2{,}61 \cdot cm^3 \cdot s^2}$$

$$y = \frac{\pi \cdot (430\ \mu m)^4 \cdot 0{,}7914\, g \cdot 9{,}80723\, m \cdot 1245\ s}{8 \cdot 237\ mm \cdot 3{,}53\ cm^2 \cdot 2{,}61 \cdot cm^3 \cdot s^2}$$

$$y = \frac{\pi \cdot (4{,}30 \cdot 10^2 \cdot 10^{-6}\ m)^4 \cdot 0{,}7914\, g \cdot 9{,}80723\, m \cdot 1245\ s}{8 \cdot 237\ mm \cdot 3{,}53\ cm^2 \cdot 2{,}61 \cdot cm^3 \cdot s^2}$$

$$y = \frac{\pi \cdot 4{,}30^4 \cdot (10^2)^4 \cdot (10^{-6})^4\ m^4 \cdot 0{,}7914\, g \cdot 9{,}80723\, m \cdot 1245\ s}{8 \cdot 237\ mm \cdot 3{,}53\ cm^2 \cdot 2{,}61 \cdot cm^3 \cdot s^2}$$

$$y = \frac{\pi \cdot 341{,}9 \cdot 10^8 \cdot 10^{-24}\ m^4 \cdot 0{,}7914\, g \cdot 9{,}80723\, m \cdot 1245\ s}{8 \cdot 237\ mm \cdot 3{,}53\ cm^2 \cdot 2{,}61 \cdot cm^3 \cdot s^2}$$

$$y = \frac{\pi \cdot 341{,}9 \cdot 10^{8} \cdot 10^{-24}\ m^{4} \cdot 0{,}7914\ g \cdot 9{,}80723\ m \cdot 1245\ s}{8 \cdot 237\ mm \cdot 3{,}53\ cm^{2} \cdot 2{,}61 \cdot cm^{3} \cdot s^{2}}$$

$$y = \frac{\pi \cdot 3{,}419 \cdot 10^{2} \cdot 10^{8} \cdot 10^{-24}\ m^{4} \cdot 7{,}914 \cdot 10^{-1}\ g \cdot 9{,}80723\ m \cdot 1{,}245 \cdot 10^{3}\ s}{8 \cdot 2{,}37 \cdot 10^{2}\ mm \cdot 3{,}53\ cm^{2} \cdot 2{,}61 \cdot cm^{3} \cdot s^{2}}$$

$$y = \frac{\pi \cdot 3{,}419 \cdot 10^{2} \cdot 10^{8} \cdot 10^{-24}\ m^{4} \cdot 7{,}914 \cdot 10^{-1}\ g \cdot 9{,}80723\ m \cdot 1{,}245 \cdot 10^{3}\ s}{8 \cdot 2{,}37 \cdot 10^{2}\ mm \cdot 3{,}53\ cm^{2} \cdot 2{,}61 \cdot cm^{3} \cdot s^{2}}$$

$$y = \frac{\pi \cdot 3{,}419 \cdot 10^2 \cdot 10^8 \cdot 10^{-24}\ m^4 \cdot 7{,}914 \cdot 10^{-1}\ g \cdot 9{,}80723\ m \cdot 1{,}245 \cdot 10^3\ s}{8 \cdot 2{,}37 \cdot 10^2\ mm \cdot 3{,}53\ cm^2 \cdot 2{,}61 \cdot cm^3 \cdot s^2}$$

$$y = \frac{\pi \cdot 3{,}419 \cdot 10^2 \cdot 10^8 \cdot 10^{-24}\ m^4 \cdot 7{,}914 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3}\ kg \cdot 9{,}80723\ m \cdot 1{,}245 \cdot 10^3\ s}{8 \cdot 2{,}37 \cdot 10^2\ 10^{-3} m \cdot 3{,}53 \cdot (10^{-2} m)^2 \cdot 2{,}61 \cdot (10^{-2} m)^3 \cdot s^2}$$

$$y = \frac{\pi \cdot 3{,}419 \cdot 10^2 \cdot 10^8 \cdot 10^{-24}\ m^4 \cdot 7{,}914 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3}\ kg \cdot 9{,}80723\ m \cdot 1{,}245 \cdot 10^3\ s}{8 \cdot 2{,}37 \cdot 10^2\ 10^{-3} m \cdot 3{,}53 \cdot (10^{-2})^2\ m^2 \cdot 2{,}61 \cdot (10^{-2})^3\ m^3 \cdot s^2}$$

$$y = \frac{\pi \cdot 3{,}419 \cdot 10^2 \cdot 10^8 \cdot 10^{-24}\ m^4 \cdot 7{,}914 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3}\ kg \cdot 9{,}80723\ m \cdot 1{,}245 \cdot 10^3\ s}{8 \cdot 2{,}37 \cdot 10^2\ 10^{-3} m \cdot 3{,}53 \cdot 10^{-4}\ m^2 \cdot 2{,}61 \cdot 10^{-6}\ m^3 \cdot s^2}$$

$$y = \frac{\pi \cdot 3{,}419 \cdot 10^2 \cdot 10^8 \cdot 10^{-24}\ m^4 \cdot 7{,}914 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3}\ kg \cdot 9{,}80723\ m \cdot 1{,}245 \cdot 10^3\ s}{8 \cdot 2{,}37 \cdot 10^2\ 10^{-3} m \cdot 3{,}53 \cdot 10^{-4}\ m^2 \cdot 2{,}61 \cdot 10^{-6}\ m^3 \cdot s^2}$$

$$y = \frac{\pi \cdot 3{,}419 \cdot 10^{2} \cdot 10^{8} \cdot 10^{-24}\ \mathrm{m}^{4} \cdot 7{,}914 \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-3}\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}80723\ \mathrm{m} \cdot 1{,}245 \cdot 10^{3}\ \mathrm{s}}{8 \cdot 2{,}37 \cdot 10^{2}\ 10^{-3}\mathrm{m} \cdot 3{,}53 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^{2} \cdot 2{,}61 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}^{3} \cdot \mathrm{s}^{2}}$$

$$y = \frac{5{,}94 \cdot 10^{-4} \cdot \mathrm{m}^{4} \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{m}^{2} \cdot \mathrm{m}^{3} \cdot \mathrm{s}^{2}}$$

$$y = 5{,}94 \cdot 10^{-4}\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}}$$

Beispiel 2: Galaktische Semmeln

Remember the mole…

1 Mol ^{12}C-Atome sind
$6 \cdot 10^{23}$ Atome.

1 Mol H_2O-Moleküle sind
$6 \cdot 10^{23}$ Moleküle.

1 Mol, das sind *immer*
$6 \cdot 10^{23}$ Stück.

Remember the mole…

1 Mol Semmeln: das sind $6 \cdot 10^{23}$ Semmeln.

1 mol Semmeln

Wie lang ist ein Güterzug, mit dem 1 Mol = $6 \cdot 10^{23}$ Semmeln transportiert wird?

1 mol Semmeln

1 Semmel wiegt 50 g.

1 Mol Semmeln wiegt $6 \cdot 10^{23}$ mal soviel.

1 mol Semmeln

1 Semmel wiegt 50 g.

1 Mol Semmeln wiegt $6 \cdot 10^{23}$ mal soviel.

1 Mol Semmeln wiegt $50 \cdot 6 \cdot 10^{23}$ g

1 mol Semmeln

1 Mol Semmeln wiegt $50 \cdot 6 \cdot 10^{23}$ g = $300 \cdot 10^{23}$ g

$= 3 \cdot 10^{2} \cdot 10^{23}$ g
$= 3 \cdot 10^{25}$ g
$= 3 \cdot 10^{22}$ kg
$= 3 \cdot 10^{19}$ t

1 mol Semmeln

1 Mol Semmeln wiegt $3 \cdot 10^{19}$ t

1 Güterwagen trägt eine Masse von 30 t.

Man braucht also $\dfrac{3 \cdot 10^{19}}{3 \cdot 10^{1}} = 10^{18}$ Güterwagen.

1000000000000000000 Güterwagen!

1 mol Semmeln

Für 1 mol Semmeln benötigt man 10^{18} Güterwagen.

1 Güterwagen ist 10 m lang. Der Zug mit den 10^{18} Wagen ist also $10^{18} \cdot 10\ \text{m} = 10^{19}\ \text{m}$ lang.

Wir brauchen also einen 10^{16} km langen Güterzug.

Das Mol: Galaktische Semmeln

In Lichtjahren ausgedrückt ist die Länge des 10^{16} km langen Güterzugs

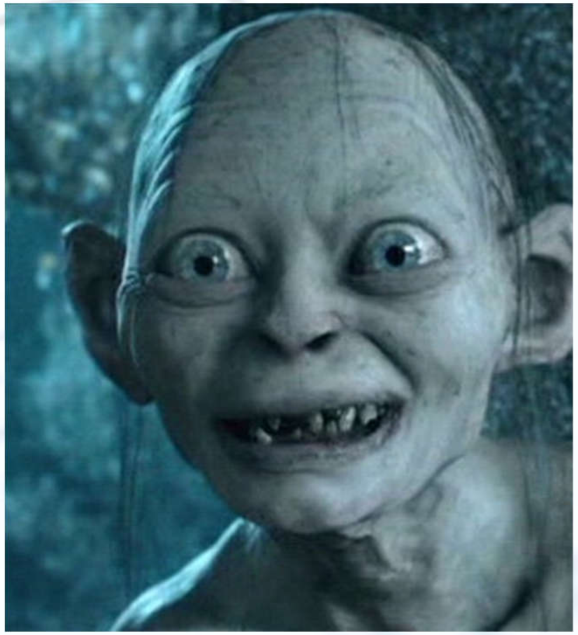
$$\frac{10^{16}\,\text{km}}{10^{13}\,\text{km}} = 1000 \text{ Lichtjahre}$$

Ein Mol ist wirklich sehr, sehr viel!

Beispiel 3: Das Mol und das Universum

Gerechte Strafe

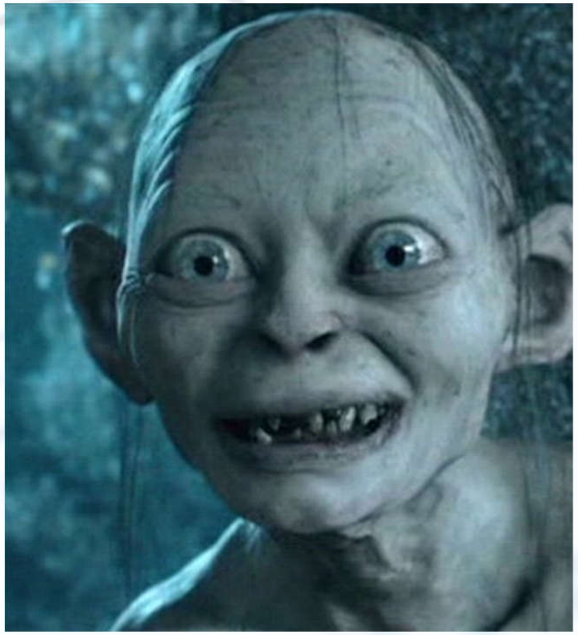
Dieser Herr hat einiges auf dem Kerbholz und wird zur Strafe in die Vergangenheit verbannt, nämlich um 13,8 Milliarden Jahre zurück, an den Anfang des Universums.



Gerechte Strafe

Seine Strafe besteht darin, alle $6 \cdot 10^{23}$ Atome eines Mols einzeln abzuzählen.

Er nimmt nun seine ultrawinzige Pinzette und fängt an zu zählen. Jede Sekunde ein Atom, ohne Pause, Tag und Nacht.



Wie lange dauert das Zählen?

Wenn er alle $6 \cdot 10^{23}$ Atome eines Mols zählen soll, in jeder Sekunde eines, dann braucht er dafür logischerweise $6 \cdot 10^{23}$ Sekunden.

Wie alt ist das Universum?

Das Universum ist nach heutigem Wissensstand 13,8 Milliarden Jahre alt. Das sind $4 \cdot 10^{17}$ Sekunden.

$$
\begin{aligned}
&13{,}8 \cdot 10^{9}\ \mathrm{a} \\
&= 13{,}8 \cdot 10^{9} \cdot 365\ \mathrm{d} \\
&= 13{,}8 \cdot 10^{9} \cdot 365 \cdot 24\ \mathrm{h} \\
&= 13{,}8 \cdot 10^{9} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600\ \mathrm{s} \\
&= 1{,}38 \cdot 10^{1} \cdot 10^{9} \cdot 3{,}65 \cdot 10^{2} \cdot 2{,}4 \cdot 10^{1} \cdot 3{,}6 \cdot 10^{3}\ \mathrm{s} \\
&= 43{,}5 \cdot 10^{16}\ \mathrm{s} \\
&\approx 4 \cdot 10^{17}\ \mathrm{s}
\end{aligned}
$$

Ist er inzwischen fertig?

Von Beginn an bis heute hat er also $4 \cdot 10^{17}$ Atome abgezählt. Das ist aber ein winziger Bruchteil des Alters des Universums:

$$\frac{4 \cdot 10^{17}}{6 \cdot 10^{23}} = \tfrac{2}{3} \cdot 10^{(17-23)} = \tfrac{2}{3} \cdot 10^{-6}$$

Vom Urknall bis heute hat er nicht mal ein Millionstel eines Mols gezählt.

Ein Mol ist wirklich sehr, sehr viel!

Beispiel 4: Millionen, Milliarden oder sch….egal?

Millionen, Milliarden, ganz viele?

100 € = 1 mm

Millionen, Milliarden, ganz viele?

1000 € = 1 cm

1 Million Euro

$1.000.000\,€ = 1000 \cdot 1000\,€ = 1000 \cdot 1\text{ cm}$

Eine Million Euro: ein 10 m hoher Turm
aus 100-Euro-Scheinen

Millionen, Milliarden, ganz viele?

$$1.000.000.000\ € = 1000 \cdot 1.000.000\ €$$
$$= 1000 \cdot 10\ \text{m} = 10000\ \text{m}$$

Eine Milliarde Euro: ein 10 km hoher Turm aus 100-Euro-Scheinen!

Was ist besser?

Eine Million Euro: ein 10 m hoher Turm aus 100-Euro-Scheinen!

Eine Milliarde Euro: ein 10 km hoher Turm aus 100-Euro-Scheinen!

6 ist nur ein bisschen mehr als 5.
Aber 10^6 ist zehnmal so viel wie 10^5.

9 ist nur anderthalb mal soviel wie 6.
Aber 10^9 ist tausendmal so viel wie 10^6.