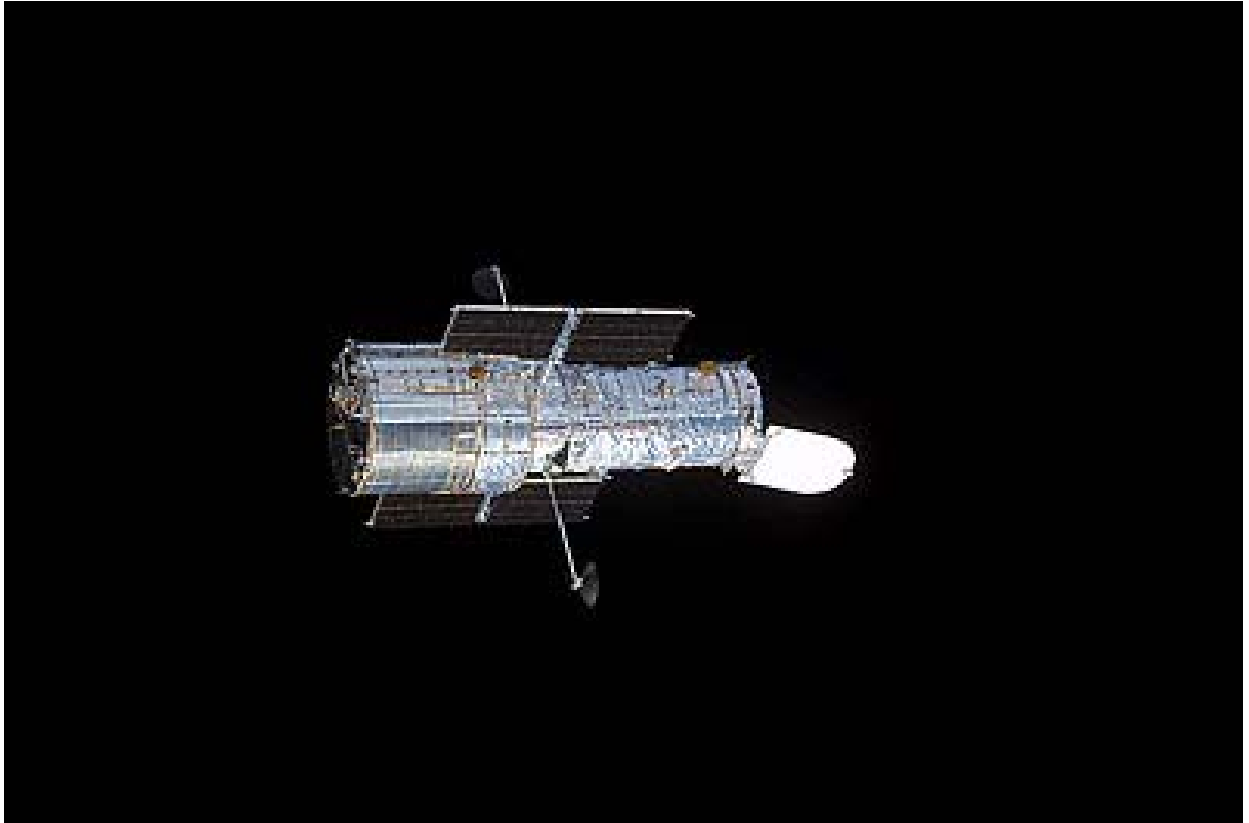




Rüdiger Kuhnke

Optik

Dieses Skriptum deckt im wesentlichen den Inhalt der Lehrpläne für technisch orientierte berufsbildende Schulen ab, dies entspricht etwa dem Stoff der Sekundarstufe I.

Version 0.2 vom 1.10.2008
Noch nicht vollständig korrigiert

Kontakt zum Autor: ~~mailkuhnke@arcor.de~~ rkuhnke@rkuhnke.eu

1	Lichtausbreitung.....	1
1.1	Die geradlinige Ausbreitung des Lichts	1
1.2	Licht und Materie	3
*	Camera obscura	4
2	Reflexion	6
2.1	Das Reflexionsgesetz	6
2.2	Abbildungen am ebenen Spiegel.....	7
2.3	Reflexion an gekrümmten Spiegeln	8
2.4	Abbildungen an sphärischen Spiegeln	15
3	Brechung	22
3.1	Das Brechungsgesetz von Snellius.....	22
3.2	Der Brechungsindex des Vakuums	24
3.3	Die geometrische Konstruktion der Brechung.....	25
3.4	Planparallele Platte und Prisma.....	26
3.5	Totalreflexion	27
3.6	Linsen	29
4	Das Auge und die optischen Instrumente.....	41
4.1	Das menschliche Auge	41
4.2	Die Lupe	47
4.3	Das Mikroskop	48
4.4	Teleskope	51
4.5	Die Kamera	56
5	Wellenoptik; Licht und Farben	63
5.1	Licht als elektromagnetische Welle	63
5.2	Brechung und Beugung.....	70
5.3	Farben und Spektren.....	73
6	Photometrie	76

Lichtausbreitung

1.1 Die geradlinige Ausbreitung des Lichts

1.2 Licht und Materie

1.1 Die geradlinige Ausbreitung des Lichts

Das von einer Lichtquelle ausgestrahlte Licht breitet sich in alle Richtungen gleichmäßig aus. Lassen wir es auf einer weißen Wand fallen, erhalten wir Schatten der Körper, die sich zwischen Lichtquelle und Wand befinden (Abb. 1-1). Rücken wir den Körper näher an die Lichtquelle heran, so wird der Schatten größer, entfernen wir ihn, so wird er kleiner. Dies läßt sich nur erklären, wenn man annimmt, daß sich das von der Lichtquelle kommende Licht stets geradlinig ausbreitet.

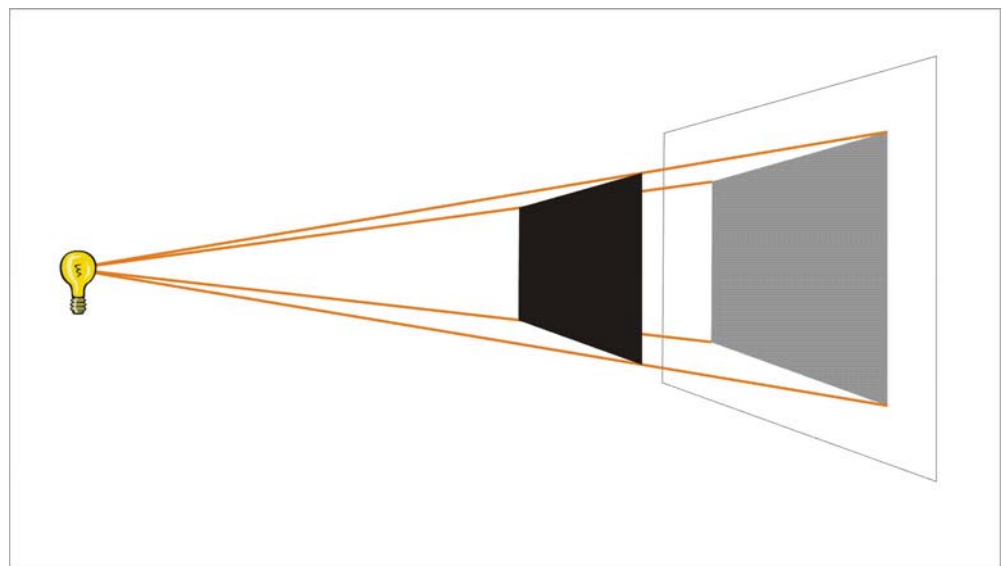


Abbildung 1-1: Schattenbildung zeigt die geradlinige Ausbreitung des Lichts

Wegen der geradlinigen Ausbreitung des Lichts spricht man auch *Lichtstrahlen*. Eine experimentelle Veranschaulichung eines Lichtstrahls zeigt Abbildung 1-2: das von der Lichtquelle ausgehende Licht kann sich zu einer Seite hin nicht ungehindert ausbreiten, weil ihm ein Schirm mit einem kleinen Loch im Wege steht, eine sogenannte *Lochblende*. Durch diese Blende tritt nur ein schmales *Lichtbündel*. Eine gedachte Mittellinie durch das Lichtbündel nennen wir einen *Lichtstrahl*.

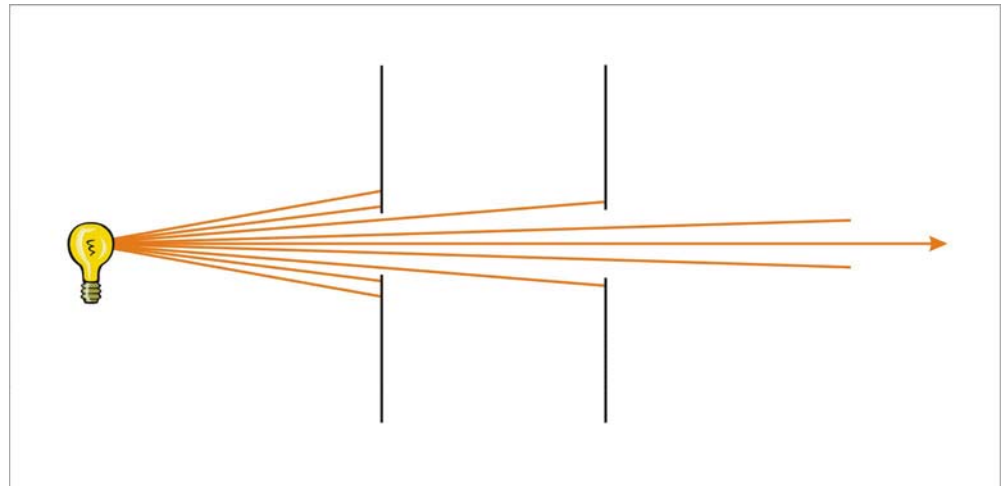


Abbildung 1-2: Der Lichtstrahl ist die gedachte Mittellinie des schmalen Lichtbündels

Eines der ältesten optischen Instrumente, die auf Grund der geradlinigen Lichtausbreitung funktionieren, ist die *Lochkamera* oder *camera obscura*. Es handelt sich dabei um einen Kasten, in dessen einer Wand ein kleines Loch ist. Ein vor dem Loch aufgestellter Gegenstand wird auf der Rückwand umgekehrt abgebildet.

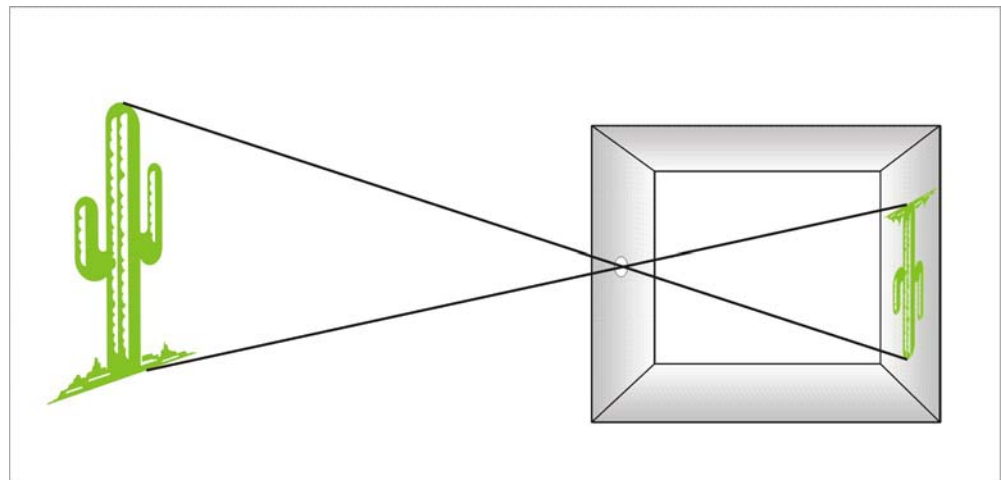


Abbildung 1-3: Camera obscura

In der Öffnung kreuzen sich die von verschiedenen Punkten des Gegenstandes¹ ausgehenden Lichtstrahlen. Sie treffen auf die Rückwand und erzeugen dort ein Bild des Gegenstandes. Da sie sich geradlinig ausbreiten, muß dieses Bild umgekehrt sein. Man erkennt auch, daß die Strahlen sich ungestört kreuzen, sich also gegenseitig nicht beeinflussen.

Die hier besprochenen Lichtstrahlen stellen ein *geometrisches Modell* dar, mit dem sich viele Aspekte des Verhaltens von Licht beschreiben lassen. Das Gebiet der Physik, das mit diesem Modell des Lichtstrahl Aussagen über das Licht gewinnt, nennt man daher *geometrische Optik* oder

¹ Allgemein bezeichnet man in der Optik das, was abgebildet wird, als *Gegenstand* und die Abbildung als *Bild*. Die Vorrichtung, mit der das Bild eines Gegenstandes erzeugt wird, heißt *optisches System*. Dies kann ein aus vielen Linsen und Spiegeln bestehendes Instrument, eine Lochkamera oder auch einfach ein ebener Spiegel sein.

Strahlenoptik. Die *Wellenoptik* betrachtet optische Phänomene unter dem Gesichtspunkt, daß Licht auch als elektromagnetische Welle betrachtet werden kann. (Eine kurze Einführung in die Grundlagen der Wellenoptik findet sich in Kapitel 5).

1.2 Licht und Materie

Manche Körper wie Luft oder Glas sind durchsichtig: das Licht breitet sich durch sie hindurch annähernd geradlinig aus. Dies nennt man *Transmission*. Undurchsichtige Körper hingegen „verschlucken“ einen großen Teil des auf sie fallenden Lichts, dieser Vorgang heißt *Absorption*.

Auch durchsichtige Körper absorbieren einen Teil des Lichts, deshalb sind die meisten durchsichtigen Körper bei großer Dicke undurchsichtig. In der Tiefsee z. B. haben die kilometerdicken Wasserschichten so viel Licht absorbiert, daß es dort völlig dunkel ist.

Undurchsichtige Körper können, wenn sie dünn genug sind, durchsichtig werden, z. B. erscheint gegen das Licht gehaltenes Blattgold grün bis blau durchscheinend.

Körper wie Milch- oder Mattglas lassen das Licht zwar hindurchtreten, zerstreuen es aber dabei. Man nennt sie *durchscheinend* oder *opak*.

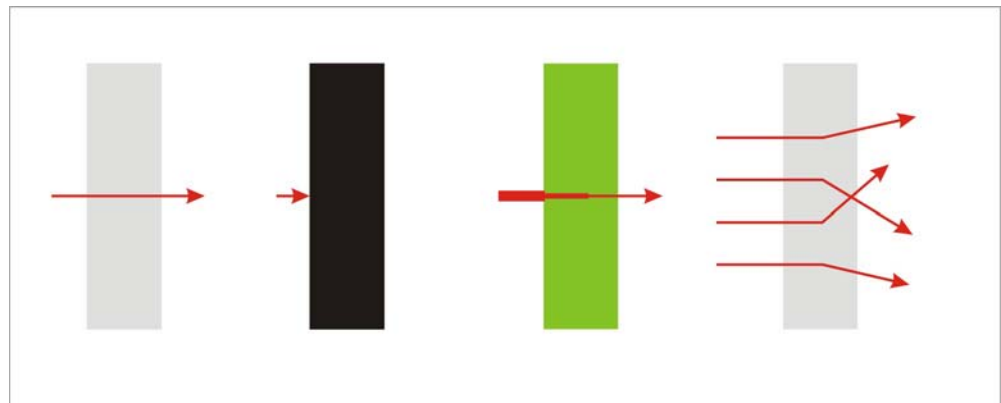


Abbildung 1-4: Transmission, Absorption, teilweise Absorption, Opazität

An Staub oder Rauch wird Licht *gestreut*. Ist zwischen den Staub- und Rauchpartikeln ist noch soviel Platz, daß das Licht seinen geradlinigen Weg zwischen ihnen fortsetzen kann, leuchten die vom Licht getroffenen Teilchen auf. So kann man in Rauch oder Staub mittels eines Lasers die geradlinige Ausbreitung des Lichts gut demonstrieren.

Eine wichtige Rolle bei der *Reflexion* des Lichts spielt auch die Oberflächenbeschaffenheit. Körper mit rauher Oberfläche werfen das auf sie treffende Licht in verschiedene Richtungen zurück, man spricht von *diffuser Reflexion*. Schirme mit diffuser Reflexion lassen sich in der Fotografie für spezielle Lichteffekte einsetzen. Glänzend polierte Körper, manchmal auch Flüssigkeitsoberflächen, wirken als Spiegel. Sie werfen das Licht in eine bestimmte Richtung zurück, es handelt sich dabei um *regelmäßige Reflexion*.

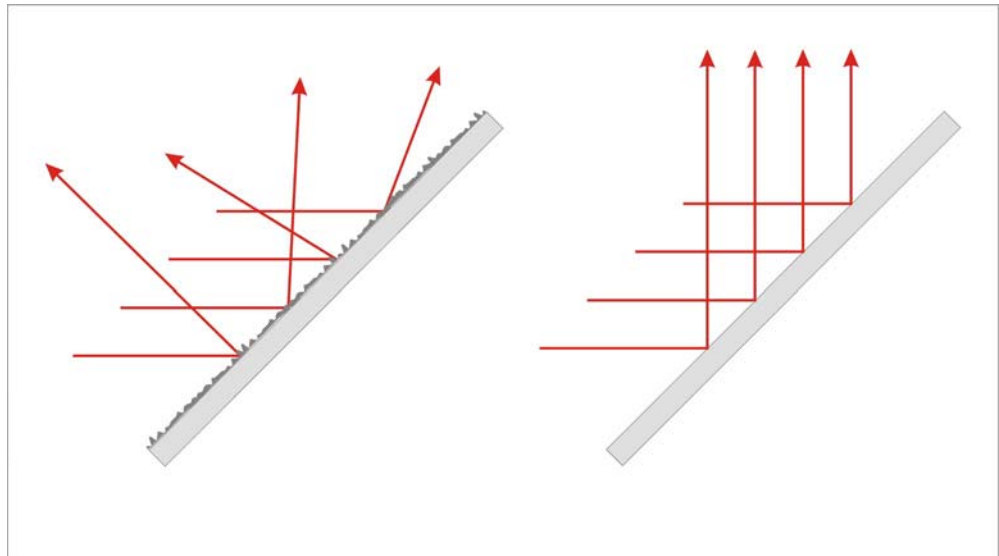


Abbildung 1-5: Diffuse und regelmäßige Reflexion

* Camera obscura

Long before the invention of photography an effect was discovered that would later be utilized in the camera obscura. In the 5th century BC, sources from the far east and west, independent of one another, described a phenomenon observed in the dark where light could only enter through a tiny opening: as selected rays of light travel through the small opening in the wall, an exact image of the outside scene (albeit upside down and laterally reversed) was focussed on the opposite surface.

This phenomenon is based on the linearity of light: rays of light reflected off from objects expand in a linear fashion. Placing a diaphragm in their way, the rays now cross over through the opening, and wherever they hit, they produce an exact likeness to their origin.

Mathematicians and astronomers experimented with this phenomenon by building devices to safely view solar eclipses without endangering their eyesight. Later during the Renaissance period, artists used similar contraptions to trace landscapes in their pursuit of realistic perspective.

Johannes Kepler coined the expression camera obscura, or literally, "dark chamber". This chamber could either be a room in a building, at tent or a portable box, as long as the crucial denominator was maintained: dark rooms, penetrated by light through a small opening, guaranteeing an exact image of the world "outside", on the opposite wall.

During the 19th century the images created by camera obscura were fleeting, but with the discovery of light-sensitive materials, the first pinhole camera (the simplest of all cameras) was invented. The light-tight box represents the camera housing, while the pinhole serves as the lens, and the projection screen is replaced by a piece of film or light-sensitive paper. Instead of a shutter, there is a flap in front of the pinhole which is removed during exposure. The biggest challenge is the missing view-finder.

Although it doesn't produce as sharp an image as a conventional camera, the pinhole camera's depth of field is almost infinite, and the perspective is without distortion. With long exposure times – minutes rather than seconds –

LICHTAUSBREITUNG

moving objects are, at the most, faintly recorded. Creating images with a pinhole camera requires intuition and experience. Contrary to the demands of modern photography, the camera obscura doesn't allow for precise control, and like any exhilarating quest, the only predictable circumstance is the element of surprise.

Grüber, Pia M.: Camera obscura. In: Derleth, Günter: Venice. Camera obscura. Thalwil/Zurich, New York 2000 (Edition Stemmlé)

Reflexion

- 2.1 Das Reflexionsgesetz
- 2.2 Abbildungen am ebenen Spiegel
- 2.3 Reflexion an gekrümmten Spiegeln
- 2.4 Abbildungen an sphärischen Spiegeln

2.1 Das Reflexionsgesetz

Wir betrachten einen auf einen Spiegel fallenden Lichtstrahl und errichten in seinem Auftreffpunkt eine Senkrechte auf der Spiegelfläche, das *Einfallslot*. Es bildet mit dem einfallenden Strahl den *Einfallswinkel* und mit dem reflektierten Strahl den *Reflexionswinkel*. Einfallender Strahl, Einfallslot und reflektierter Strahl liegen in einer Ebene. Messungen bei verschiedenen Einfallswinkeln zeigen die Gültigkeit des *Reflexionsgesetzes* (das auch an gekrümmten Spiegelflächen gilt):

Einfallswinkel und Reflexionswinkel sind gleich groß.

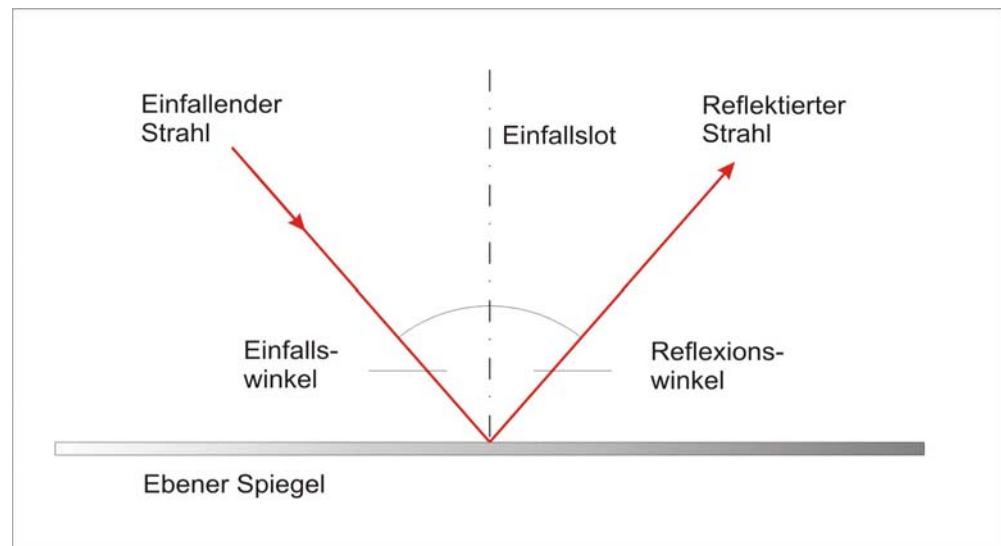


Abbildung 2-1: Einfalls- und Reflexionswinkel sind gleich groß

Beachten Sie: mit den Einfalls- und Reflexionswinkeln sind stets die Winkel zwischen den Strahlen und dem Einfallslot gemeint, nicht die Winkel zwischen den Strahlen und der Spiegelebene!

Der Verlauf der Lichtstrahlen sagt nichts über die Richtung, in der sich das

Licht bewegt: vertauscht man in der Abbildung 2-1 einfallenden und reflektierten Strahl, kommt man zu denselben Resultaten. Jeder Strahlenverlauf läßt beide Ausbreitungsrichtungen zu, man spricht daher vom *Prinzip der Umkehrbarkeit des Lichtweges*. Dieses Prinzip gilt für die gesamte Optik.

2.2 Abbildungen am ebenen Spiegel

Betrachten wir im ebenen Spiegel das Bild eines Gegenstandes, so zeigt sich, daß die Verbindungslinie zwischen dem Gegenstand und seinem Spiegelbild senkrecht auf der Spiegelebene steht. Gegenstand und Spiegelbild erscheinen gleich groß und das Bild scheint sich genau so weit hinter dem Spiegel zu befinden, wie der Gegenstand vom Spiegel entfernt ist. Die Abbildung 2-2 zeigt außerdem, daß der Spiegel entgegen landläufiger Meinung nicht Rechts und Links vertauscht: Der Kopf des Pferdes ist links, der Kopf des Spiegelbildes ebenso².

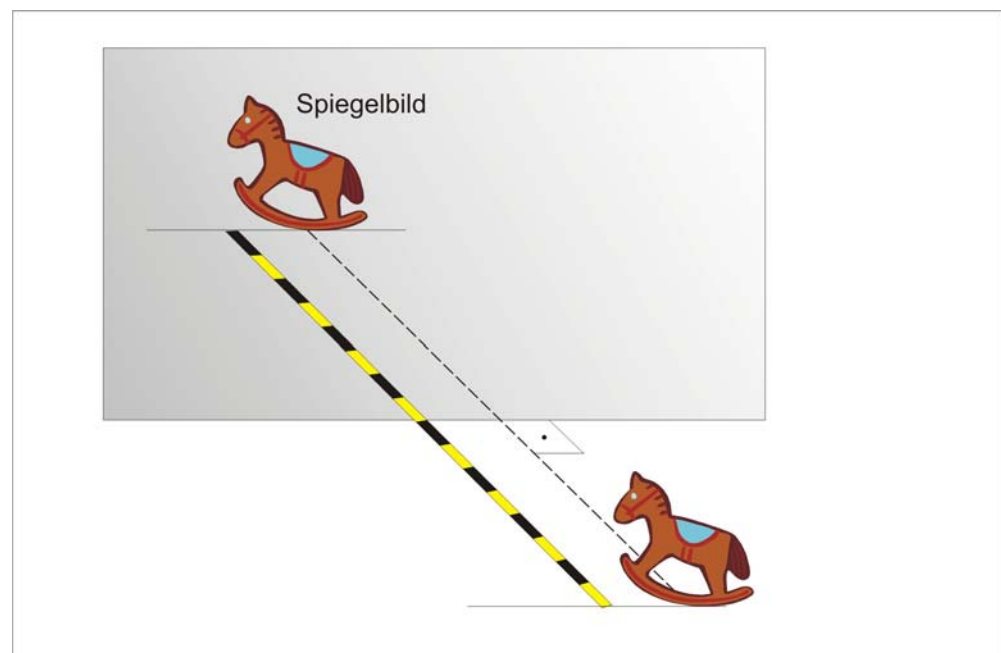


Abbildung 2-2: Eigenschaften des Spiegelbildes

Mit Hilfe des Reflexionsgesetzes (Einfallswinkel gleich Reflexionswinkel) konstruiert man das Spiegelbild folgendermaßen: man wählt zwei vom einem beliebigen Punkt des Gegenstandes, dem *Gegenstandspunkt*, ausgehende Lichtstrahlen und läßt sie an der Spiegelebene reflektieren..

Das Auge nimmt nur die reflektierten Strahlen wahr (sofern es den Gegenstand nicht direkt sieht) und kann ohne zusätzliche Information nicht feststellen, daß es sich um reflektierte Strahlen handelt. Für das Auge scheinen

² Hebt man vor dem Spiegel seinen rechten Arm hoch und interpretiert das Spiegelbild als reale Person, so scheint diese in der Tat von ihrem Standpunkt aus den linken Arm zu heben. Da es sich aber nicht um eine reale Person, sondern eben nur um eine Spiegelung handelt, führt hier eine falsche Voraussetzung zu einer falschen Schlußfolgerung. Der Spiegel vertauscht vorne und hinten!

die Strahlen aus der Region hinter dem Spiegel zu kommen: am Schnittpunkt der rückwärtigen Verlängerungen der reflektierten Strahlen sieht es das Spiegelbild des Gegenstandspunktes, den *Bildpunkt*.

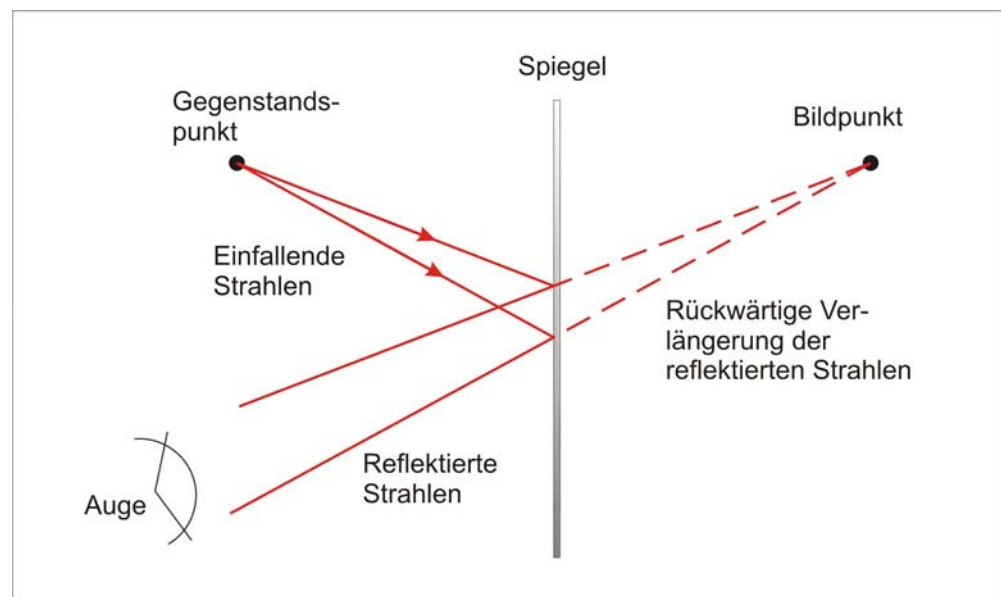


Abbildung 2-3: Konstruktion des Spiegelbildes

Das so konstruierte Spiegelbild ist, wie aus Abbildung 2-3 zu ersehen, in Übereinstimmung mit den vorhin getroffenen Feststellungen, daß die Verbindungslinie zwischen Gegenstand und Bild senkrecht auf der Spiegelebene steht und beide gleich weit vom Spiegel entfernt sind.

Dieses Spiegelbild hat die bemerkenswerte Eigenschaft, daß sich an seinem Ort (hinter dem Spiegel) kein vom Gegenstand ausgehendes Licht befindet. Plaziert man an seinem Ort eine Projektionsleinwand oder eine Mattscheibe, so ist dort nichts zu sehen. Ein solches Bild nennt man ein *virtuelles Bild*.

Ein Bildpunkt ist virtuell, wenn sich die von einem Punkt ausgehenden Strahlen in ihm nicht wirklich schneiden, sondern nur in ihrer rückwärtigen Verlängerung.

2.3 Reflexion an gekrümmten Spiegeln

2.3.1 Arten gekrümmter Spiegel

Gekrümmte Spiegel, deren Spiegelfläche auf der hohlen Seite liegt, heißen *Konkav-* oder *Hohlspiegel*, die anderen nennt man *Konvex-* oder *Wölbspiegel*.

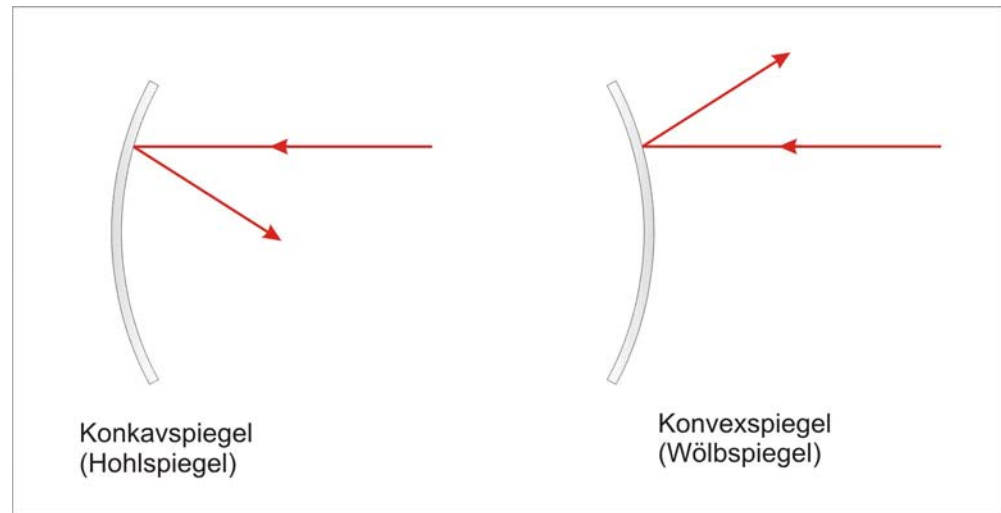


Abbildung 2- 4: Konkav- und Konvexspiegel

Hat die gekrümmte Spiegelfläche die Form einer Kugelkalotte, so spricht man von einem *sphärischen Spiegel*, der in der Zeichenebene als Kreisbogen dargestellt wird. Daneben gibt es anders geformte Spiegel, z. B. parabolische oder elliptische Spiegel mit optischen Eigenschaften, die sich von denen der sphärischen Spiegel unterscheiden. Wenn wir im Folgenden von gekrümmten Spiegeln sprechen, meinen wir immer sphärische Spiegel.

2.3.2 Reflexion am sphärischen Konkavspiegel

Bei der Untersuchung der Reflexion an sphärischen Konkavspiegeln verwenden wir als Hilfsmittel den *Krümmungsmittelpunkt* M (d. h. den Mittelpunkt der Kugel, deren Kalotte den Spiegel darstellt), die *optische Achse* und den *Scheitelpunkt* oder *optischen Mittelpunkt* S , in dem die optische Achse den Spiegel schneidet. Die Entfernung zwischen dem Krümmungsmittelpunkt und dem optischen Mittelpunkt ist der *Krümmungsradius* r .³

³ Entsprechende Bezeichnungen verwenden wir später auch beim Konvexspiegel und anderen optischen Systemen.

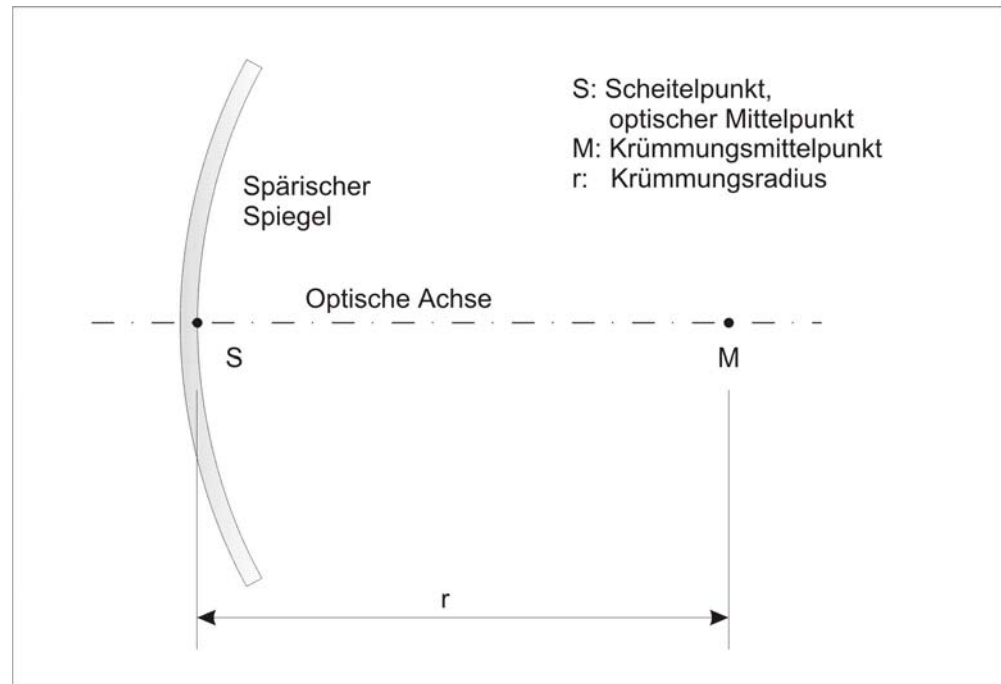


Abbildung 2-5: Bezeichnungen am Konkavspiegel

Was passiert, wenn ein Lichtstrahl im Punkt P auf einen Konkavspiegel trifft? Nach dem Reflexionsgesetz brauchen wir das Einfallslot in diesem Punkt. Die Strecke MP stellt für jeden beliebigen Punkt P der Spiegelfläche das Einfallslot dar. Nun brauchen wir nur noch den Winkel zwischen einfallendem Strahl und der Strecke MP, den Einfallswinkel α , zu messen und den reflektierten Strahl unter dem Reflexionswinkel $\beta = \alpha$ einzuzichnen.

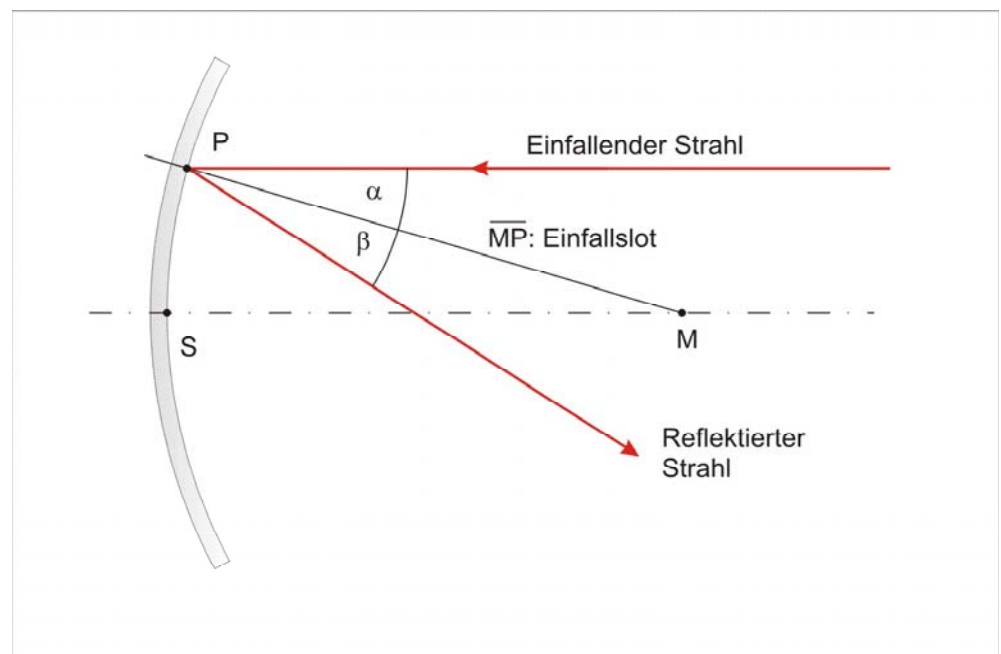


Abbildung 2-6: Reflexionsgesetz am Konkavspiegel

Es gibt drei Arten einfallender Strahlen, die durch ihren charakteristischen Verlauf vor anderen Strahlen ausgezeichnet sind. Es sind dies die Strahlen,

- die parallel zur optischen Achse einfallen (*achsenparallele Strahlen*),
- diejenigen, die durch den Krümmungsmittelpunkt einfallen (*Mittelpunktstrahlen*)
- sowie die Strahlen, die so einfallen, daß sie parallel zur optischen Achse reflektiert werden (*Brennpunktstrahlen*).

Die Reflexion dieser drei *ausgezeichneten Strahlen* oder *Hauptstrahlen* läßt sich nach dem oben vorgestellten Verfahren konstruieren.

In Abbildung 2-7 ist die Reflexion zweier achsenparalleler Strahlen dargestellt. Wiederholt man diese Konstruktion für mehrere, nicht zu weit von der optischen Achse entfernte, achsenparallele Strahlen, zeigt sich, daß sie nach der Reflexion alle durch denselben, auf der optischen Achse liegenden Punkt F, den *Brennpunkt* gehen.

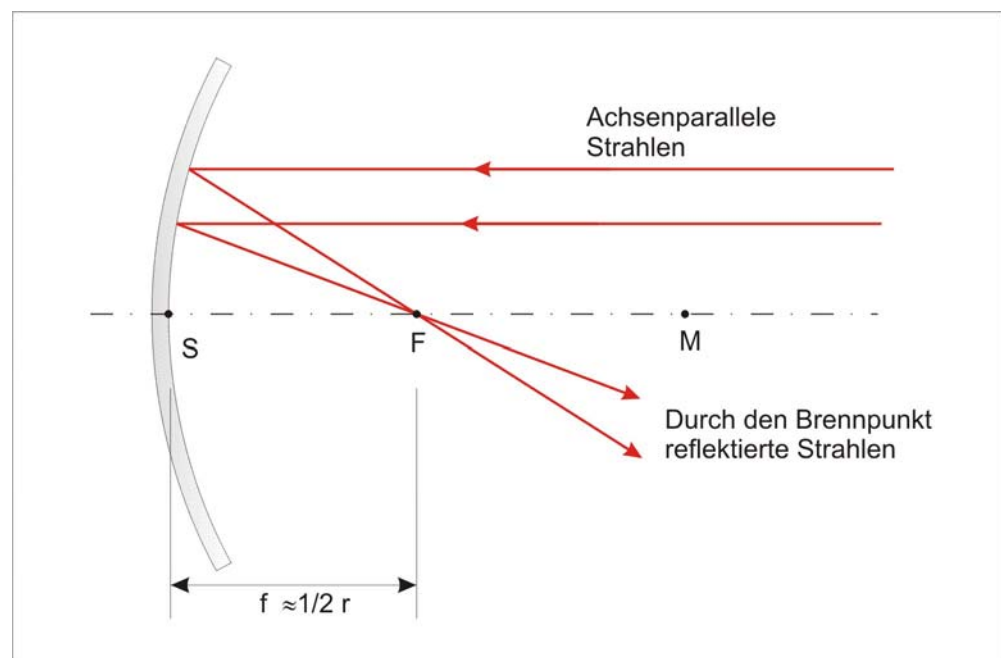


Abbildung 2-7: Reflexion achsenparalleler Strahlen

Die genannte Einschränkung auf *achsennahe Strahlen* ist aus folgendem Grund notwendig: eine genaue geometrische Untersuchung unter Anwendung des Reflexionsgesetzes zeigt, daß Strahlen, die sich in unterschiedlichen Entfernungen von der optischen Achse befinden, sich *nicht* in genau demselben Punkt der optischen Achse schneiden. Dies verursacht einen Abbildungsfehler, der *sphärische Aberration* oder *Öffnungsfehler* genannt wird.

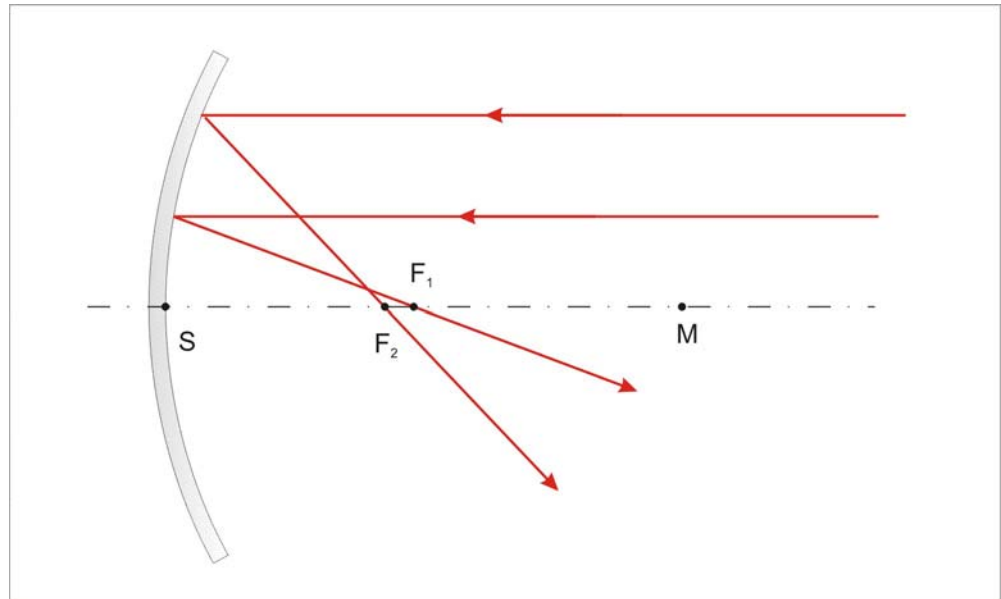


Abbildung 2-8: Sphärische Aberration

Für viele Zwecke, meist auch für die Bildkonstruktion (nicht aber beim Entwurf und Bau realer optischer Instrumente!), ist dieser Fehler oft vernachlässigbar. In den entsprechenden Abbildungen dieses Textes, wo die Abstände von der optischen Achse und die entsprechenden Winkel oft übertrieben groß dargestellt werden, ist die sphärische Aberration nicht berücksichtigt.

In astronomischen Spiegelteleskopen verwendet man zur Vermeidung der sphärischen Aberration *Parabolspiegel*, bei denen sich tatsächlich alle achsenparallel einfallenden Strahlen in einem Punkt schneiden.

Strahlen einer weit entfernten Lichtquelle, z. B. der Sonne, fallen achsenparallel ein⁴. Die Bezeichnung „Brennpunkt“ rührt daher, daß die dort gebündelten Sonnenstrahlen eine große Hitze erzeugen. Der Brennpunkt liegt beim sphärischen Konkavspiegel für achsennahe Strahlen auf halber Strecke zwischen dem optischen Mittelpunkt und dem Krümmungsmittelpunkt. Die Entfernung SF zwischen dem optischen Mittelpunkt und dem Brennpunkt heißt *Brennweite* f , es gilt näherungsweise

$$f \approx \frac{1}{2} r. \quad (2-1)$$

Strahlen, die durch den Brennpunkt einfallen, heißen *Brennpunktstrahlen* und werden als achsenparallele Strahlen reflektiert. Abbildung 2-9 ist die gleiche wie Abb. 2-7, lediglich die Strahlrichtung ist umgekehrt (Prinzip der Umkehrbarkeit des Lichtweges).

⁴ Ist eine Lichtquelle so weit entfernt, daß die von ihr ausgehenden Lichtstrahlen als Parallelen angesehen werden können, so sagt man, die Lichtquelle befindet sich in unendlicher Entfernung. (Parallele Strahlen schneiden sich im Unendlichen!)

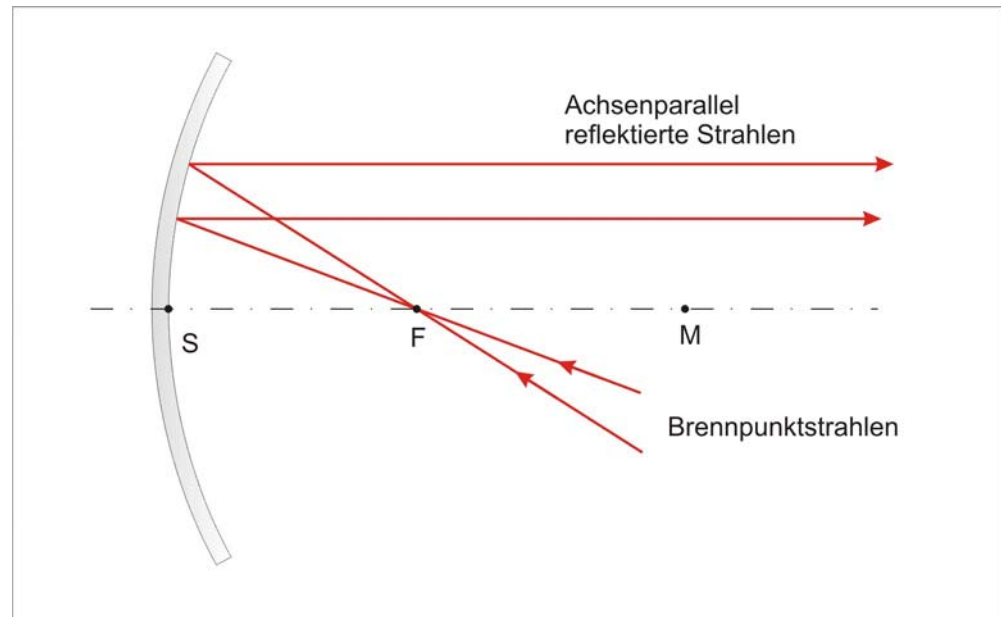


Abbildung 2-9: Reflexion von Brennpunktstrahlen

Ein durch den Krümmungsmittelpunkt einfallender Strahl, ein Mittelpunktstrahl, verläuft längs des Einfallslot. Damit ist sein Einfalls- und zugleich Reflexionswinkel 0° , d. h. er wird in dieselbe Richtung reflektiert, aus der er einfällt.

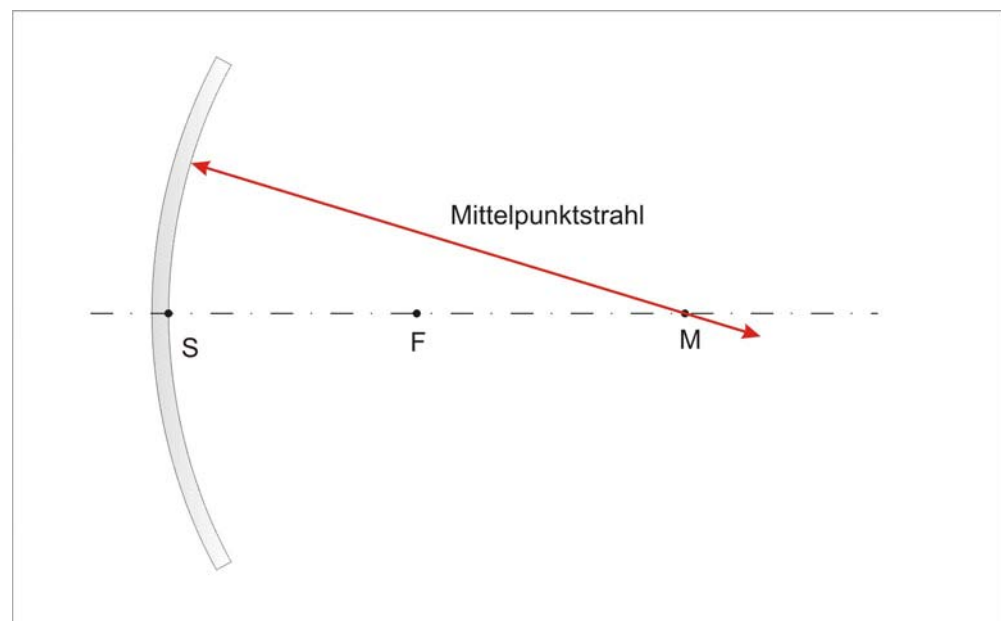


Abbildung 2-10: Reflexion von Mittelpunktstrahlen

Neben den drei ausgezeichneten Strahlen sind noch die *Parallelstrahlen* zu erwähnen. Alle parallel zueinander einfallenden Strahlen werden in die *Brennebene* reflektiert. Das ist die im Brennpunkt senkrecht zur optischen Achse stehende Ebene. Den Punkt B der Brennebene, in den Parallelstrahlen reflektiert werden, findet man, indem man einen Mittelpunktstrahl parallel zu ihnen legt: sein Schnittpunkt mit der Brennebene ist der gesuchte Punkt.

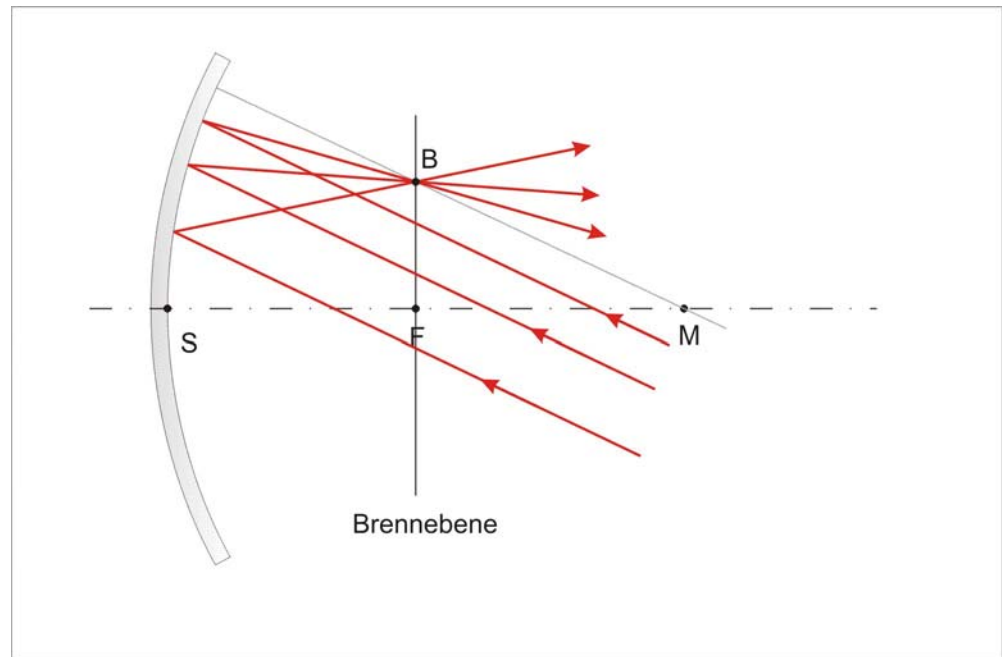


Abbildung 2-11: Reflexion von Parallelstrahlen

Achsenparallele Strahlen so reflektiert, daß sie nach der Reflexion durch denselben, auf der optischen Achse liegenden Punkt, den Brennpunkt F gehen.

Die Brennweite ist halb so groß wie der Krümmungsradius: $f = \frac{1}{2} r$.

Brennpunktstrahlen werden achsenparallel reflektiert. (Prinzip der Umkehrbarkeit des Lichtweges)

Mittelpunktstrahlen werden in sich selbst reflektiert.

Alle parallel einfallenden Strahlen werden so reflektiert, daß sie sich in einem Punkt der Brennebene schneiden.

2.3.3 Reflexion am sphärischen Konkavspiegel

Beim Konkavspiegel⁵ liegen Krümmungsmittelpunkt und Brennpunkt vom Gegenstand aus gesehen jenseits des Spiegels. Daher gelangt kein Licht vom Gegenstand zum Brennpunkt und es können sich auch keine reflektierten Strahlen in ihm schneiden. Ein solcher Brennpunkt heißt *virtueller Brennpunkt*. Die Konstruktion mit Hilfe der Reflexionsgesetze ergibt für die achsenparallelen Strahlen (A), die Brennpunktstrahlen (B) und die Mittelpunktstrahlen (M) folgendes Bild:

⁵ Wegen der sphärischen Aberration unterliegen die Ausführungen zur Reflexion am Konkavspiegel den bekannten Einschränkungen: sie gelten nur für achsennahe Strahlen und Brennpunktstrahlen, die mit der optischen Achse kleine Winkel bilden.

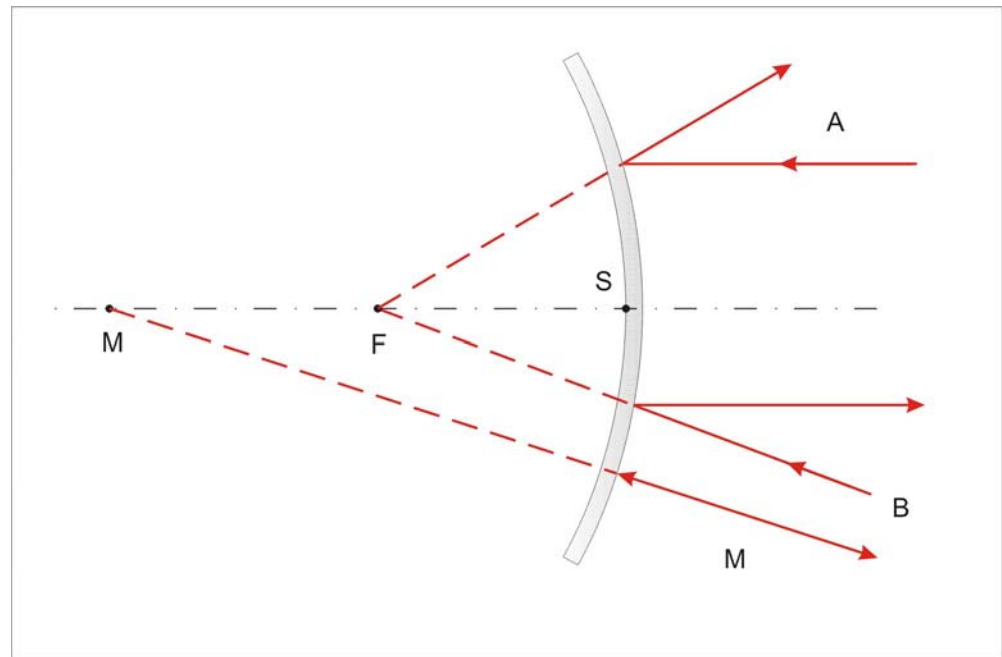


Abbildung 2-12: Reflexionen am Konvexspiegel

Achsenparallele Strahlen (A) werden so reflektiert, als ob sie vom virtuellen Brennpunkt kämen.

Brennpunktstrahlen sind die Strahlen, die auf den virtuellen Brennpunkt gerichtet sind (B). Sie werden achsenparallel reflektiert.

Mittelpunktstrahlen (M) sind auf den Krümmungsmittelpunkt zulaufende Strahlen, sie werden in sich selbst reflektiert.

2.4 Abbildungen an sphärischen Spiegeln

2.4.1 Das vergrößerte reelle Bild

Beim sphärischen Konkavspiegel entstehen im Unterschied zum ebenen Spiegel verschiedene Bilder, abhängig von der Position des Gegenstands.

Die Größe des Gegenstands (*Gegenstandsgröße*) wird mit G bezeichnet, seine Entfernung vom optischen Mittelpunkt S heißt *Gegenstandsweite* g . Entsprechend ist B die *Bildgröße* und die Entfernung zwischen dem Bild und dem optischen Mittelpunkt S ist die *Bildweite* b .

Betrachten wir zunächst einen Gegenstand, der sich zwischen dem Brennpunkt und dem Krümmungsmittelpunkt (d. h. zwischen einfacher und doppelter Brennweite) befindet. Zur Konstruktion seines Spiegelbildes verwenden wir den Verlauf der achsenparallelen Strahlen (1) und der Brennpunktstrahlen (2), die von einem Gegenstandspunkt ausgehen.

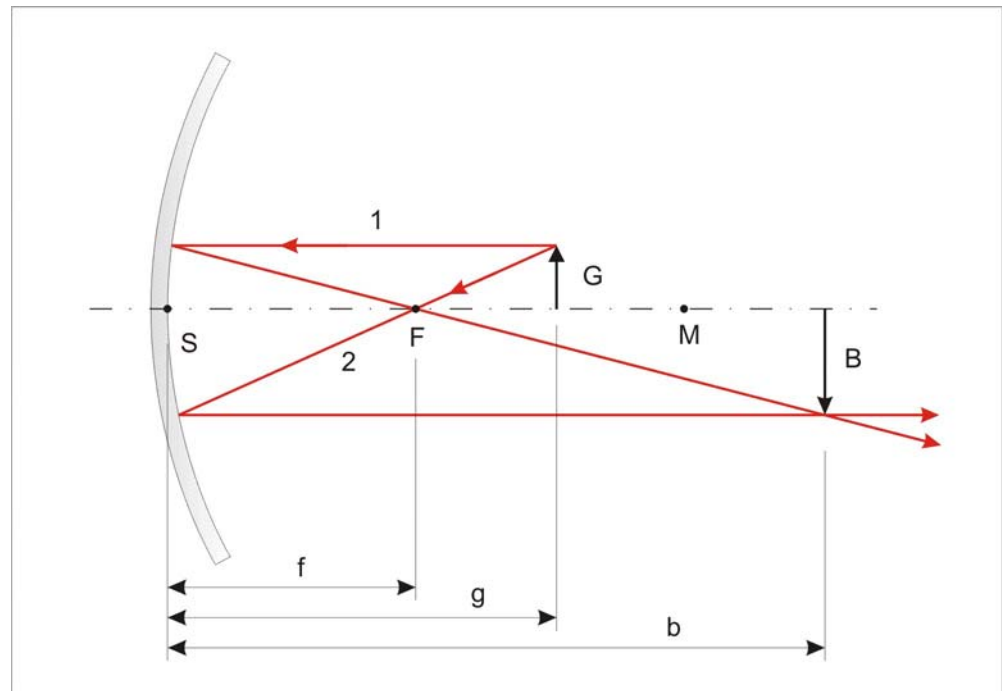


Abbildung 2-13: Konstruktion des vergrößerten reellen Bildes

Im Schnittpunkt der reflektierten Strahlen befindet sich der zum Gegenstandspunkt gehörige Bildpunkt. Das so entstandene Bild ist umgekehrt und vergrößert. Im Unterschied zum virtuellen Bild des ebenen Spiegels gelangt hier tatsächlich Licht vom Gegenstand zum Spiegelbild, das sich daher auch auf einer Mattscheibe auffangen lässt. Ein solches Bild heißt *reelles Bild*.

2.4.2 Abbildungsmaßstab und Abbildungsgleichung

Der *Abbildungsmaßstab* β oder die *Lateralvergrößerung* ist definiert als das Verhältnis von Bildgröße zur Gegenstandsgröße:

$$\beta = \frac{B}{G}. \quad (2-2)$$

Es ist näherungsweise (siehe Abbildung 2-14)⁶

$$\tan \theta \approx \frac{G}{g} \quad \text{und} \quad \tan \varphi \approx \frac{B}{b}. \quad (2-3)$$

Außerdem gilt

$$\tan \theta = \frac{B+G}{x} \quad \text{und} \quad \tan \varphi = \frac{B+G}{x}, \quad (2-4)$$

⁶ Die Gleichungen gelten nur näherungsweise (wenn auch in guter Näherung), weil g bzw. b nicht die Abstände vom Gegenstand bzw. vom Bild zum Spiegel sind, sondern die Abstände zum Scheitelpunkt.

REFLEXION

also

$$\tan \theta = \tan \phi \quad (2-5)$$

und damit

$$\frac{G}{g} \approx \frac{B}{b} \quad (2-6)$$

bzw.

$$\beta = \frac{G}{B} \approx \frac{g}{b}. \quad (2-7)$$

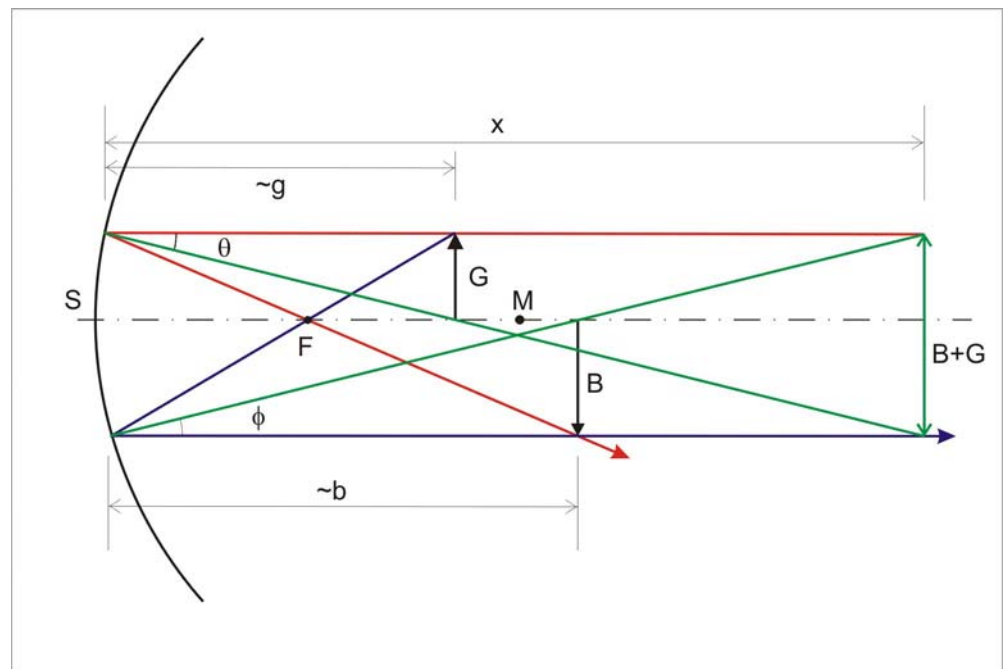


Abbildung 2-14: Zur Herleitung von $B/G = b/g$

Für die Brennweite, die Bildweite und die Gegenstandsweite gilt die *Abbildungsgleichung*

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}. \quad (2-8)$$

Herleitung: es ist

$$\tan \alpha = \frac{B}{f} \quad \text{und} \quad \tan \alpha = \frac{B+G}{g}. \quad (2-9)$$

Also ist

REFLEXION

$$\frac{B}{f} = \frac{B+G}{g}. \quad (2-10)$$

Division beider Seiten durch B liefert:

$$\frac{B}{B \cdot f} = \frac{B+G}{g \cdot B} \Leftrightarrow \frac{1}{f} = \frac{B}{g \cdot B} + \frac{G}{g \cdot B} \quad (2-11)$$

und wegen $\frac{G}{B} = \frac{g}{b}$

$$\frac{1}{f} = \frac{B}{g \cdot B} + \frac{g}{g \cdot b}, \quad (2-12)$$

also

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}. \quad (2-8)$$

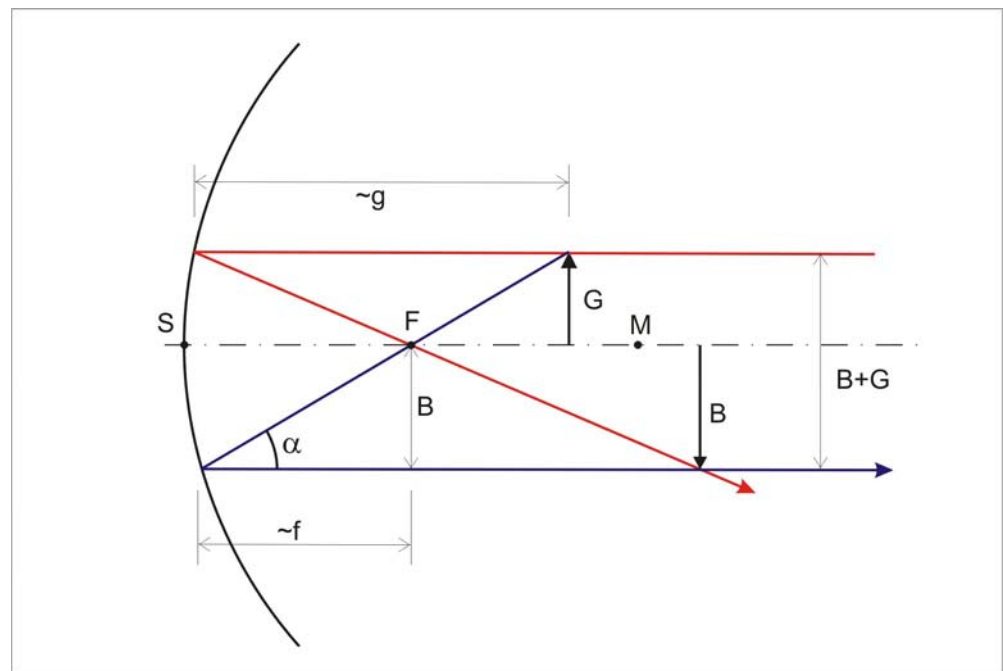


Abbildung 2-15: Zur Herleitung von $f^{-1} = g^{-1} + b^{-1}$

2.4.3 Das vergrößerte virtuelle Bild

Wir betrachten einen Gegenstand, der sich zwischen dem Scheitelpunkt und dem Brennpunkt, also innerhalb der einfachen Brennweite befindet. Wie vorhin konstruieren wir das Spiegelbild mit Hilfe von achsenparallelen Strahlen und Brennpunktstrahlen.

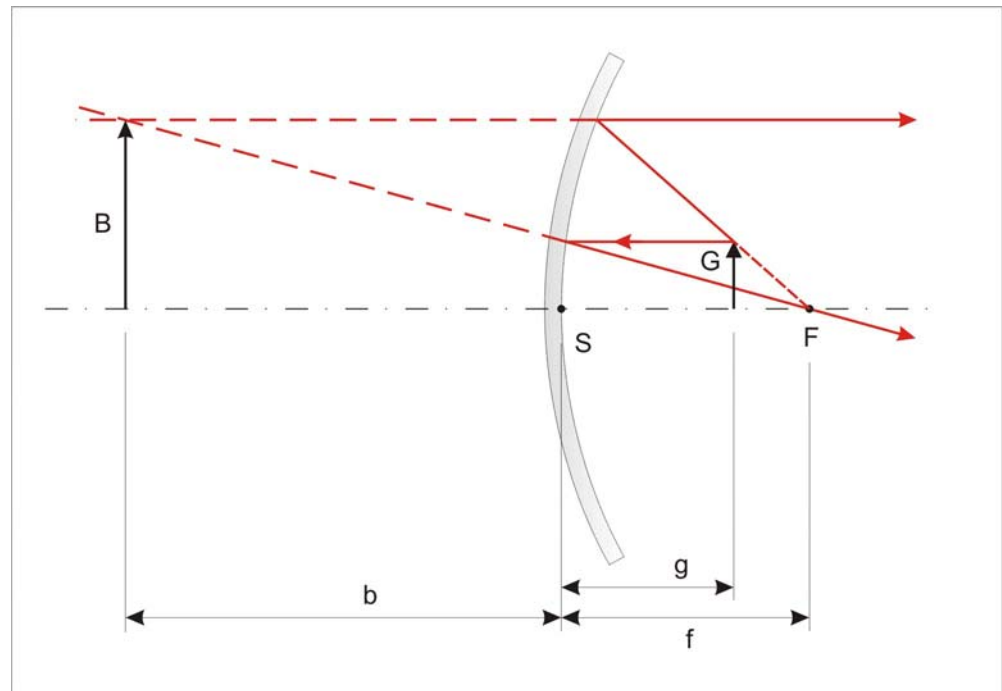


Abbildung 2-16: Zur Konstruktion des vergrößerten, virtuellen Bildes

Das so entstandene Bild ist ebenfalls vergrößert, steht aber aufrecht. Es ist ein virtuelles Bild: die reflektierten Strahlen schneiden sich nicht, wohl aber ihre rückwärtigen Verlängerungen. Vom Gegenstand gelangt kein Licht an den Ort des Bildes und es lässt sich nicht auf einem Projektionsschirm auffangen. Eine solche aufrecht stehende Vergrößerung erhält man in einem Rasierspiegel, sein Krümmungsradius ist sehr groß und der Brennpunkt liegt weit hinter dem Betrachter.

Beispiel: Welche Bildweite ergibt sich für einen Konkavspiegel mit der Brennweite $f = 15$ cm, wenn die Gegenstandsweite 12 cm beträgt?
Wir erhalten b aus der Abbildungsgleichung:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g} \Rightarrow \frac{1}{b} = \frac{g}{fg} - \frac{f}{fg} \Rightarrow b = \frac{fg}{g - f}.$$

Damit ist

$$b = (15 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm}) / (12 \text{ cm} - 15 \text{ cm}) = 180 \text{ cm}^2 / -3 \text{ cm} = -60 \text{ cm}.$$

Die Bildweite in diesem Beispiel ist negativ: dies ist eine Eigenschaft aller virtuellen Bilder.

2.4.4 Das verkleinerte reelle Bild

Nach dem bekannten Verfahren konstruiert man das Bild eines außerhalb der doppelten Brennweite, also jenseits des Krümmungsmittelpunkts gelegenen Gegenstandes. Es entsteht ein umgekehrtes, verkleinertes reelles Bild.

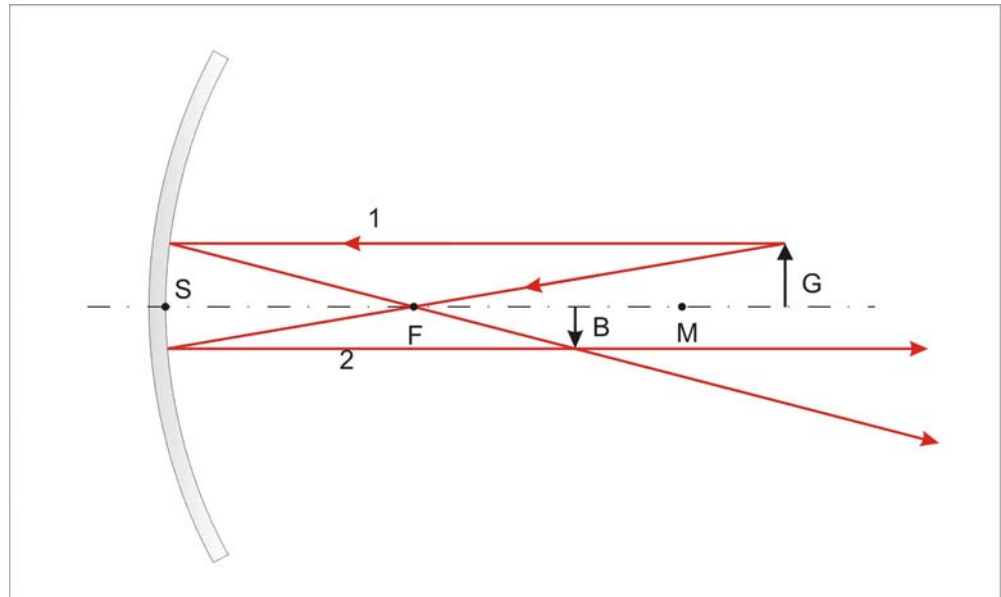


Abbildung 2-17: Verkleinertes reelles Bild

2.4.5 Abbildungen am Konvexspiegel

Abbildungen im Konvexspiegel sind stets virtuell, aufrecht und verkleinert. Die entsprechenden Berechnungen erfolgen auch hier mittels der Gleichungen (2-7) und (2-8); außer der Bildweite ist auch die virtuelle Brennweite negativ.

Solche Abbildungen lassen sich z. B. in Christbaumkugeln beobachten, auch Autorückspiegel sind meist leicht konvex.

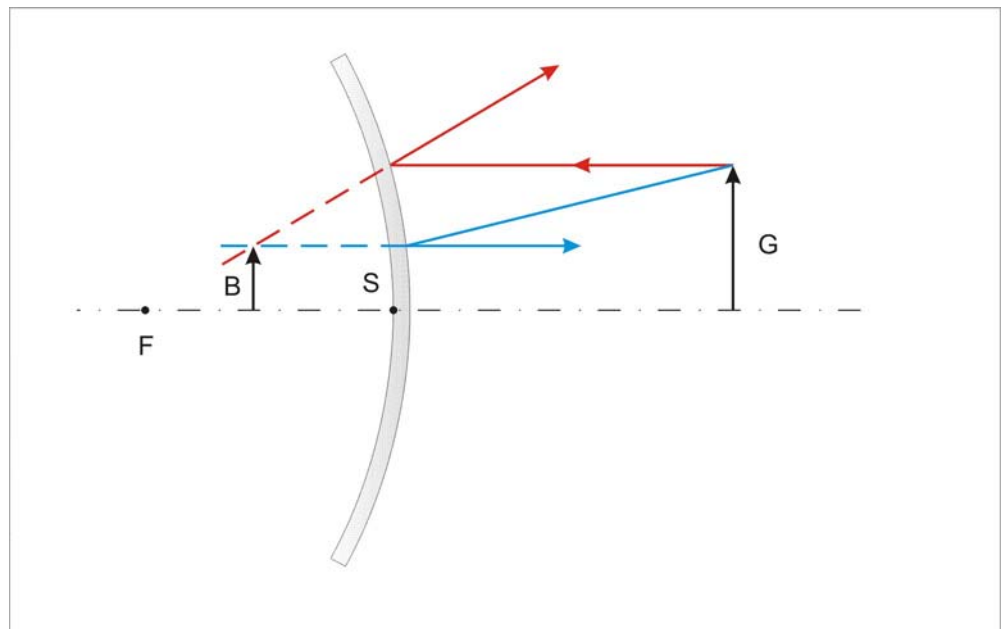


Abbildung 2-18: Virtuelles Bild im Konvexspiegel

Zusammenfassung

<u>Ort des Gegenstandes</u>	<u>Eigenschaften des Bildes</u>
Konkavspiegel	
Innerhalb der einfachen Brennweite	Aufrecht, vergrößert, virtuell
Zwischen einfacher und doppelter Brennweite	Umgekehrt, vergrößert, reell
Außerhalb der doppelten Brennweite	Umgekehrt, verkleinert, reell
Konvexspiegel	
Beliebig	Aufrecht, verkleinert, virtuell

Sowohl für Konvex- als auch für Konkavspiegel gelten die Gleichungen (2-7) und (2-8):

$$\beta = \frac{G}{B} \approx \frac{g}{b}, \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}.$$

Brechung

- 3.1 Das Brechungsgesetz von Snellius
- 3.2 Der Brechungsindex des Vakuums
- 3.3 Geometrische Konstruktion der Brechung
- 3.4 Planparallele Platte und Prisma
- 3.5 Totalreflexion
- 3.6 Linsen
 - 3.6.1 Konvex- und Konkavlinsen
 - 3.6.2 Brechung an Linsen
 - 3.6.3 Strahlenverlauf durch Konvexlinsen
 - 3.6.4 Abbildungen durch Konvexlinsen
 - 3.6.5 Konkavlinsen
 - 3.6.6 Die Brechkraft

3.1 Das Brechungsgesetz von Snellius

Tritt ein Lichtstrahl aus der Luft in ein durchsichtiges Medium, z. B. Glas oder Wasser ein, ändert er seine Richtung. Diese Erscheinung heißt *Brechung* oder *Refraktion* des Lichts⁷. Der Winkel zwischen dem einfallenden Strahl und dem Einfallslot heißt *Einfallswinkel*, der zwischen dem Einfallslot und dem gebrochenen Strahl *Brechungswinkel*.

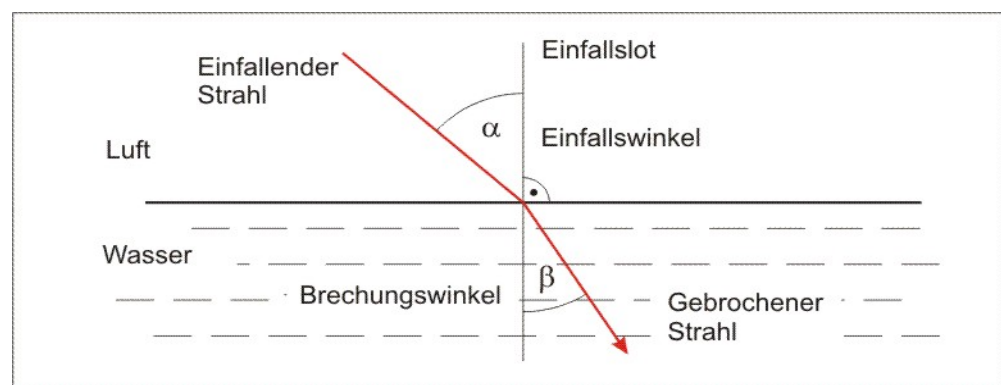


Abbildung 3-1: Brechung: Ein Teil des Lichts wird an der Oberfläche des Wassers reflektiert; der reflektierte Strahl ist nicht dargestellt. Er wird gemäß dem Reflexionsgesetz unter dem Winkel α reflektiert.

⁷ Bei der Brechung erfolgt auch eine spektrale Aufspaltung des Lichts. Die hier gezeigten Gesetzmäßigkeiten gelten deshalb streng nur für monochromatisches Licht. (Siehe Kapitel 5)

BRECHUNG

Wie bei der Reflexion gilt auch hier, daß einfallender Strahl, Einfallslot und gebrochener Strahl in einer Ebene liegen.

Eine Messung beim Übergang eines Lichtstrahls aus Luft in Glas zeige z. B. folgende Ergebnisse:

Einfallswinkel α	Brechungswinkel β
15°	10°
30°	20°
45°	28°
60°	35°

Ein linearer Zusammenhang ist nicht gegeben; weiter bringt uns eine Tabelle, in der die Sinusse der Winkel und ihr Verhältnis zueinander eingetragen sind:

$\sin \alpha$	$\sin \beta$	$\sin \alpha / \sin \beta$
0,259	0,174	1,49
0,500	0,342	1,46
0,707	0,469	1,51
0,866	0,574	1,51

Bis auf Messungenauigkeiten ist das Verhältnis von $\sin \alpha$ zu $\sin \beta$ konstant. Diese Konstante (hier 1,5) hängt vom brechenden Medium ab (ist also eine Materialkonstante) und heißt *Brechungsindex* (oder *Brechzahl*) n des jeweiligen Mediums⁸.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n . \quad (3-1)$$

Auch bei der Brechung gilt das Prinzip der Umkehrbarkeit des Lichtweges: Tritt der Lichtstrahl aus dem Glas in Luft über, wird er vom Einfallslot weg gebrochen. Gl (3-1) mit $n = 1,5$ wird dann zu

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{1}{1,5} \quad (3-2)$$

oder

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{n_{\text{Luft}}}{n_{\text{Glas}}} \Leftrightarrow n_{\text{Luft}} \cdot \sin \alpha = n_{\text{Glas}} \cdot \sin \beta . \quad (3-3)$$

In allgemeiner Form, d. h. für zwei beliebige durchsichtige Medien mit den Brechungsindizes n_1 und n_2 , ist dies das *Brechungsgesetz von Snellius*⁹:

$$n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta \quad (3-4)$$

⁸ In Zusammenhang mit dem Brechungsindex trifft man gelegentlich auf die Formulierung, daß ein Medium mit höherem Brechungsindex *optisch dichter* sei als eines mit niedrigerem Brechungsindex. Der Begriff der *optischen Dichte* tritt jedoch auch in Zusammenhang mit der Absorption bzw. Transmission auf, die auch Extinktion oder Absorbanz genannt wird. Zudem werden diese Begriffe in der Literatur nicht einheitlich verwendet. Deshalb sollte in Zusammenhang mit dem Brechungsindex dieser Begriff möglichst nicht verwendet werden.

⁹ Willebrod Snell van Royen (latinisiert Snellius), 1591-1626

Dabei ist α der Winkel, unter dem der Strahl aus dem Medium mit n_1 in das Medium mit n_2 einfällt und β der Winkel, unter dem der Strahl in das Medium mit n_2 gebrochen wird.

Beispiel: Ein Lichtstrahl fällt unter einem Winkel von 30° in Glas (Brechungsindex $n = 1,5$). Wie groß ist der Brechungswinkel?

Aus Gl. (3-1) erhalten wir

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n_{\text{Glas}}} \Rightarrow \beta = \arcsin \frac{\sin \alpha}{n_{\text{Glas}}},$$

also in diesem Falle

$$\beta = \arcsin \frac{0,5}{1,5} = 19,5^\circ.$$

3.2 Der Brechungsindex des Vakuums

Beim Übergang eines Lichtstrahls vom Vakuum in ein durchsichtiges Medium ist der Brechungswinkel immer kleiner als der Einfallswinkel, d. h. der Lichtstrahl wird zum Einfallslot hin gebrochen. Damit ist $\sin \alpha > \sin \beta$ und der Brechungsindex ist stets größer als 1.

Der *Brechungsindex des Vakuums* ist definitionsgemäß $n = 1$. Der Brechungsindex der Luft beträgt 1,0003 und kann in den meisten Fällen gleich 1 gesetzt werden.

Beim Übergang des Lichts aus dem Vakuum in Materie gilt stets $n > 1$.

Zwischen dem Brechungsindex eines Mediums und der Lichtgeschwindigkeit c in diesem Medium gilt der Zusammenhang

$$n_{\text{Medium}} = \frac{c_{\text{Vakuum}}}{c_{\text{Medium}}}. \quad (3-5)$$

Beispiel: Gegeben sind die Lichtgeschwindigkeiten im Vakuum ($3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$), im Wasser ($2,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$) und in Glas ($2 \cdot 10^8 \text{ m/s}$). Wie groß sind die Brechzahlen von Wasser und Glas?

$$n_{\text{Wasser}} = \frac{c_{\text{Vakuum}}}{c_{\text{Wasser}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 1,33$$

$$n_{\text{Glas}} = \frac{c_{\text{Vakuum}}}{c_{\text{Glas}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 1,5.$$

Einige Brechungsindizes:

Vakuum	1	Kronglas	1,52
Luft	1,0003	Schwerflintglas	1,65
Wasser	1,33	Schwerstflintglas	1,89
Zuckerlösung 80%	1,49	Diamant	2,42

3.3 Die geometrische Konstruktion der Brechung

Der Verlauf eines gebrochenen Strahls lässt sich folgendermaßen konstruieren: um den Punkt E, in dem der Strahl auf die Grenzfläche zwischen den beiden Medien trifft, zieht man zwei Kreisbögen, deren Radien sich zueinander wie die Brechzahlen der Medien verhalten.

Fällt der Strahl in ein Medium mit höherer Brechzahl, verlängert man ihn bis zum ersten Kreisbogen. Vom so entstandenen Schnittpunkt P zieht man eine Parallele zum Einfallslot bis zum zweiten Kreisbogen. Damit hat man einen weiteren Schnittpunkt Q. Die Richtung des gebrochenen Strahls ist dann durch die Verlängerung der Strecke EQ gegeben.

In Abbildung 3-2 ist dieses Verfahren für die Brechung eines aus Luft ($n = 1$) in Glas ($n = 1,5$) einfallenden Strahls vorgeführt.

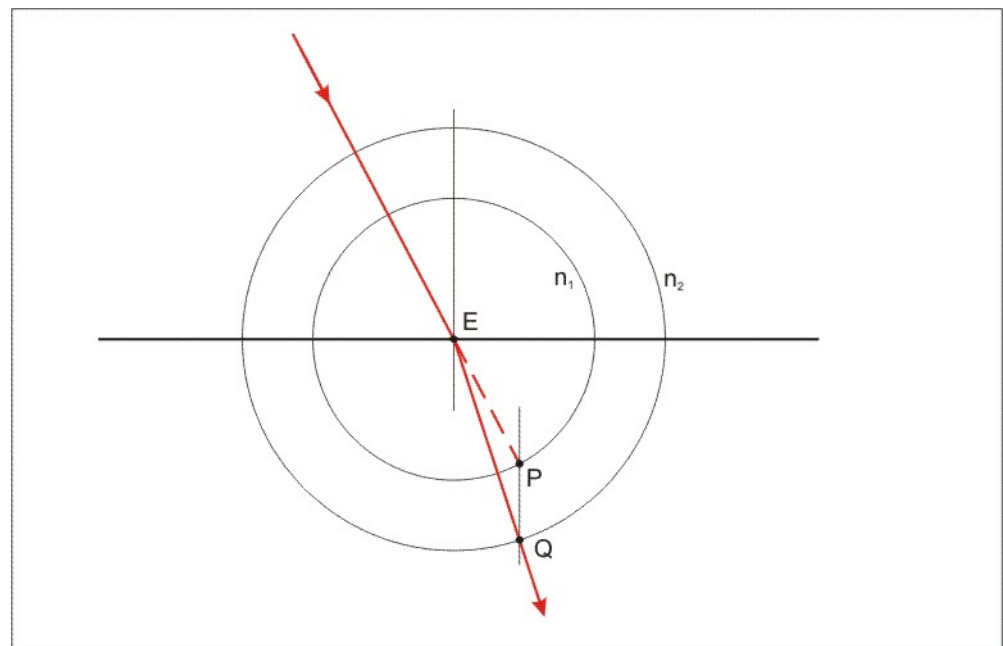


Abbildung 3-2: Konstruktion der Brechung I

Wird der Strahl vom Einfallslot weg gebrochen (also aus dem Medium mit dem höheren Brechungsindex heraus), verlängert man ihn von E bis zum zweiten Kreisbogen (Schnittpunkt P). Von P zieht man eine Parallele bis zum ersten Kreisbogen, wodurch man Q erhält. Auch hier verläuft der gebrochene Strahl längs der Strecke EQ.

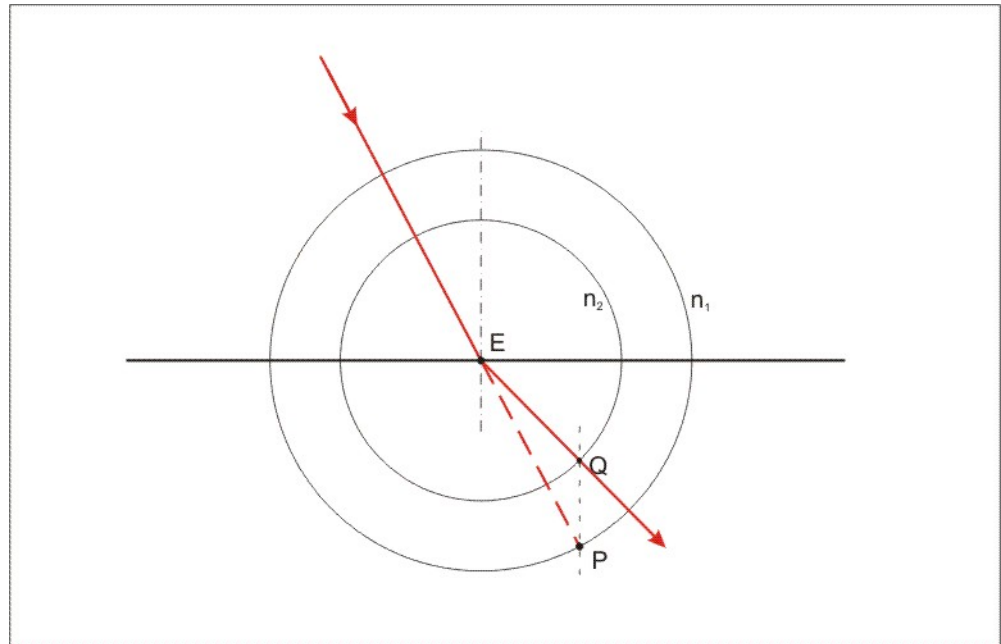


Abbildung 3-3: Konstruktion der Brechung II

3.4 Planparallele Platte und Prisma

Bei einer planparallelen (Glas-)Platte wird der aus der Luft einfallende Lichtstrahl im Punkt A zum Einfallslot hin, im Punkt B vom Einfallslot weg gebrochen.

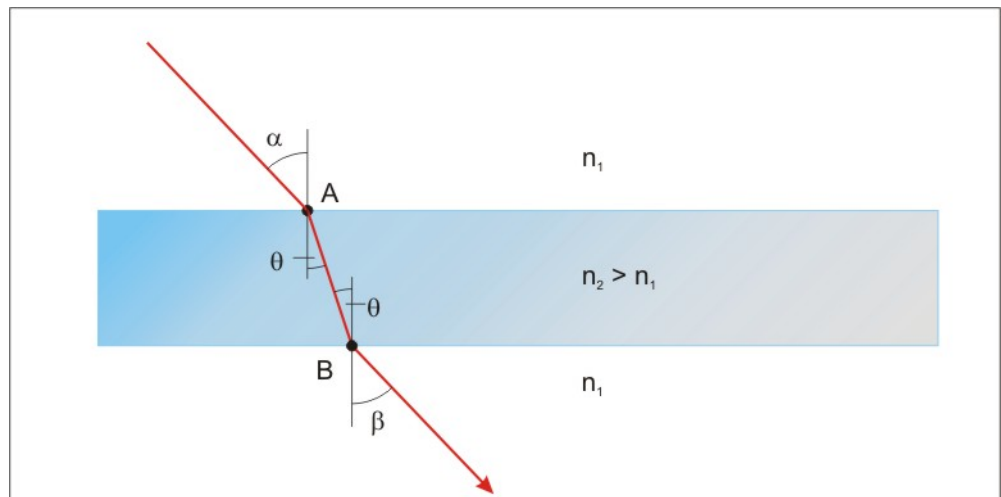


Abbildung 3-4: Brechung an einer planparallelen Platte

Bei der Brechung in A gilt

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \theta} = \frac{n_{\text{Glas}}}{n_{\text{Luft}}} \quad (3-6a)$$

und in B entsprechend

$$\frac{\sin \theta}{\sin \beta} = \frac{n_{\text{Luft}}}{n_{\text{Glas}}} \quad (3-6b)$$

Damit erhalten wir

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \theta} = \frac{\sin \beta}{\sin \theta} , \quad (3-7)$$

die Winkel α und β sind also gleich groß. Der Lichtstrahl wird beim Durchgang durch die planparallele Platte nicht aus seiner Richtung abgelenkt, sondern nur parallel verschoben.

Je dicker die Platte, desto weiter wird der Austrittspunkt B vom Eintrittspunkt A weg verschoben, desto stärker ist also die Parallelverschiebung.

Beim Prisma wird der einfallende Strahl im Punkt A zum Einfallslot hin gebrochen, im Punkt B vom Einfallslot weg; er wird also immer zur *Basis* des Prismas hin gebrochen. Die der Basis gegenüberliegende Kante heißt *brechende Kante*.

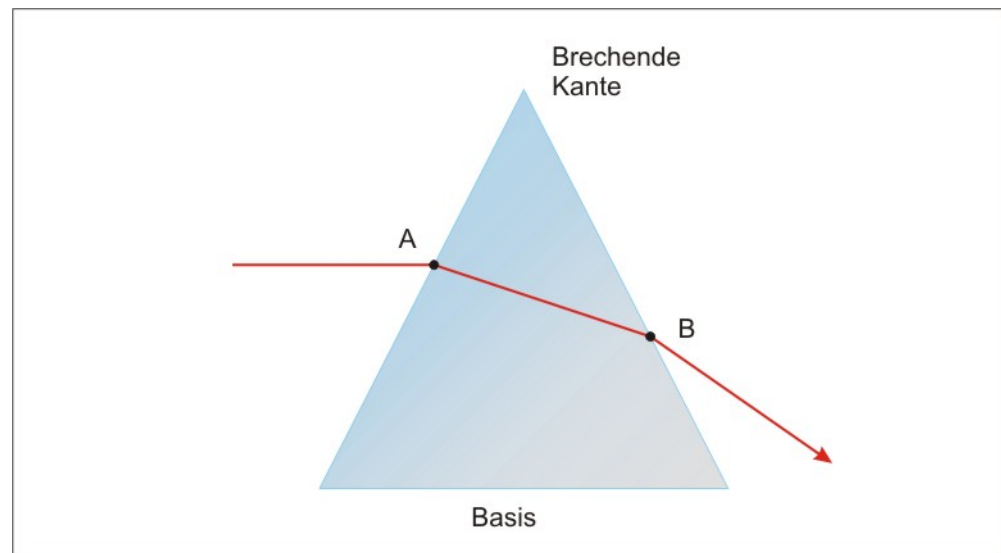


Abbildung 3-5: Brechung am Prisma

Ein in ein Prisma einfallender Strahl weißen Lichts wird nicht nur gebrochen, sondern zudem noch in seine spektralen Anteile, d. h. in seine Farben zerlegt. Dieser Effekt tritt auch bei den weiter unten besprochenen Linsen auf. Aus diesem Grunde wird hier für alle Herleitungen monochromatisches, d. h. einfarbiges Licht angenommen.

Ein Strahl durchquert eine planparallele Platte ungebrochen, aber (abhängig von der Dicke der Platte) parallel verschoben.

Ein in ein Prisma eintretender Strahl wird stets zur Basis hin gebrochen.

3.5 Totalreflexion

Ein Lichtstrahl, der unter dem Einfallswinkel α von einem Medium in eines mit einem geringeren Brechungsindex übertritt, z. B. aus Wasser in Luft, wird unter dem Brechungswinkel $\beta > \alpha$ vom Einfallslot weg gebrochen, und

zwar um so stärker, je größer α ist. Bei einer bestimmten Größe von α erreicht der Brechungswinkel einen Maximalwert von 90° .

Wird der Einfallswinkel noch größer, so kann der Lichtstrahl die Grenzfläche zwischen den beiden Medien nicht mehr passieren: die Brechung geht in eine vollständige Reflexion über; man spricht hier von *Totalreflexion*. Der Einfallswinkel, bei dem dies eintritt, heißt *Grenzwinkel der Totalreflexion* für das jeweilige Medium.

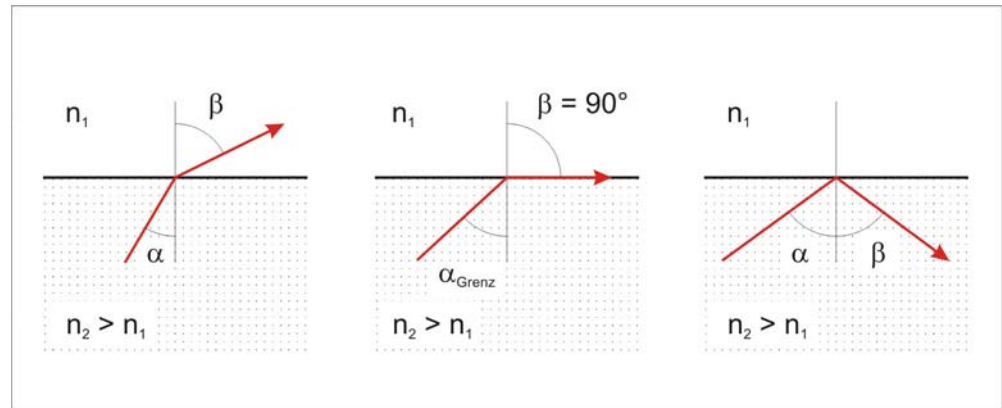


Abbildung 3-6: Der Grenzwinkel und Totalreflexion

Nach

$$\frac{\sin \alpha_{\text{Grenz}}}{\sin 90^\circ} = \frac{n_1}{n_2}. \quad (3-8)$$

ergibt sich der Grenzwinkel für das Medium mit der Brechzahl n_2 :

$$\sin \alpha_{\text{Grenz}} = \frac{\sin 90^\circ \cdot n_1}{n_2} = \frac{n_1}{n_2}, \quad (3-9)$$

$$\alpha_{\text{Grenz}} = \arcsin \frac{n_1}{n_2}. \quad (3-10)$$

In vielen Fällen ist das Medium mit n_1 Luft, dann gilt (3-11) in der folgenden Form:

$$\alpha_{\text{Grenz}} = \arcsin \frac{1}{n_2}. \quad (3-11)$$

Beispiel: Wie groß sind die Grenzwinkel der Totalreflexion für einen Lichtstrahl, der aus Wasser ($n = 1,33$) bzw. Glas ($n = 1,5$) in Luft übertritt?

Nach (3-12) erhalten wir:

BRECHUNG

$$\alpha_{\text{Wasser}} = \arcsin \frac{1,00}{1,33} = 48,8^\circ$$

$$\alpha_{\text{Glas}} = \arcsin \frac{1,0}{1,5} = 41,8^\circ$$

Da der Grenzwinkel der Totalreflexion für Glas kleiner als 45° ist, wird ein Lichtstrahl, der im Glas unter einem Winkel von 45° auf die Grenzfläche zur Luft fällt, vollständig reflektiert. Dies findet in der Optik vielfach Anwendung, Neben Prismen mit 90° Ablenkung findet man solche mit 180° Ablenkung und Bildumkehr. Mit einer Kombination solcher Prismen kann der Strahlengang „gefaltet“ werden, das optische Instrument kann somit kürzer gebaut werden.

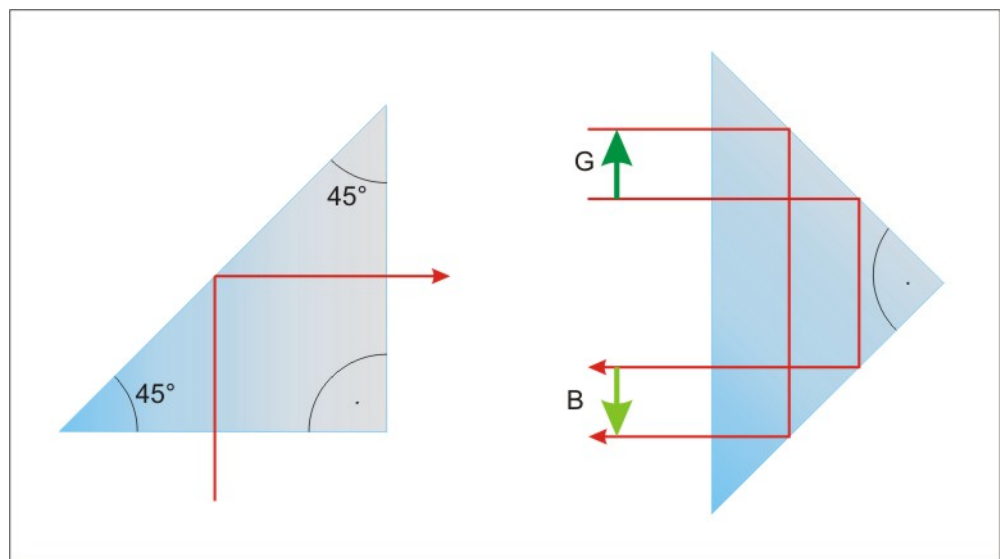


Abbildung 3-7: Totalreflektierende Glasprismen

Eine weitere Anwendung der Totalreflexion findet sich in der Nachrichtenübertragung mit Glasfaseroptik: ein Lichtstrahl in einer biegsamen Glasfaser verläßt diese nicht, sondern wird wegen der Totalreflexion in ihr weitergeleitet. Solche Glasfasern (auch Lichtleiter genannt) werden zu Bündeln zusammengefaßt und vermögen mittels Lichtimpulsen große Datenmengen sehr schnell zu übertragen.

Mit einem (nicht zu langen) geordneten Glasfaserbündel können auch Abbildungen direkt übertragen werden, was z. B. in der Medizin als Endoskopie angewandt wird.

3.6 Linsen

3.6.1 Konvex- und Konkavlinen

Linsen sind sphärisch gekrümmte durchsichtige Körper, meistens aus Glas, oft auch aus Kunststoff. Abhängig von der Art der Krümmung verhalten sie sich bezüglich ihrer Abbildungseigenschaften ähnlich wie sphärische Spiegel. Es gibt verschiedene Möglichkeiten, die sphärischen Flächen zu kon-

struieren; eine davon ist die beidseitig nach außen gewölbte Linse, eine andere die nach innen gewölbte Linse. Im ersten Fall handelt es sich um eine *Konvex-* oder *Sammellinse*, im zweiten Fall um eine *Konkav-* oder *Zerstreuungslinse*.¹⁰

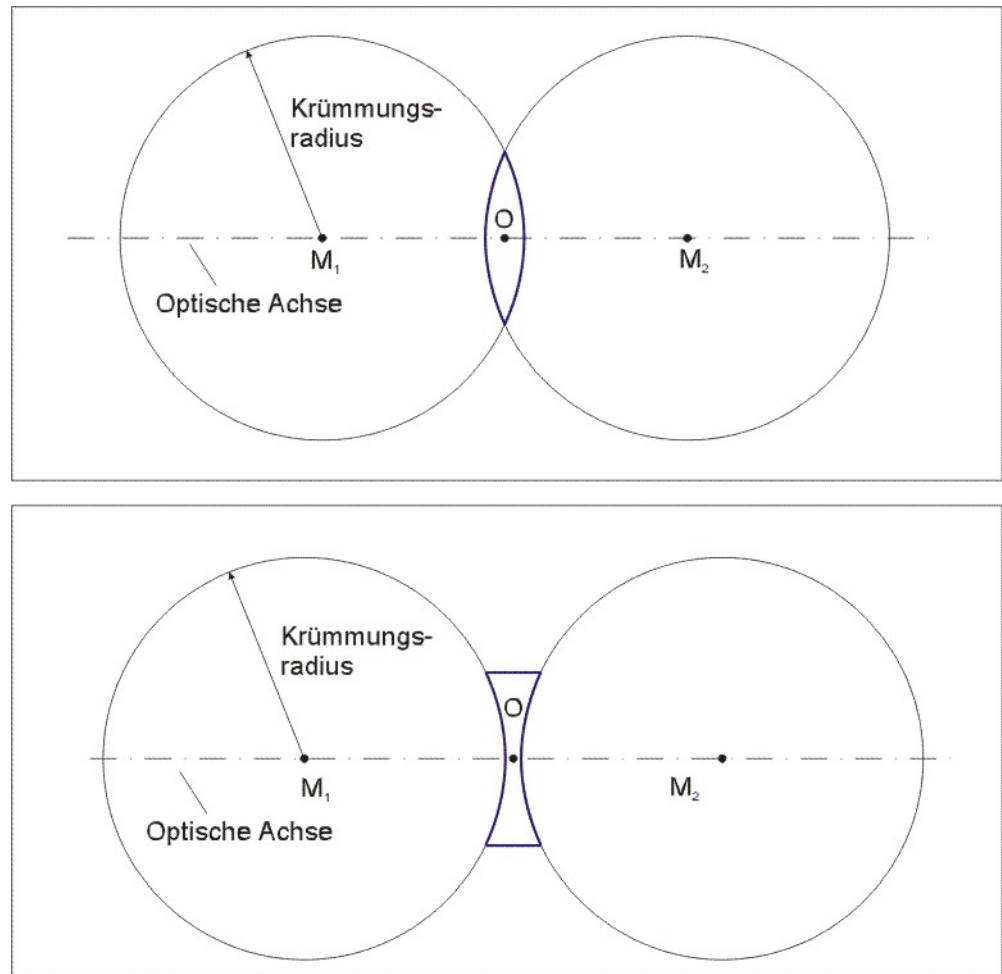


Abbildung 3-8: Konstruktion sphärischer Linsen

Die durch die Krümmungsmittelpunkte M_1 und M_2 gehende Gerade ist die *optische Achse*, der auf ihr liegende Punkt O in der Mitte der Linse ist der *optische Mittelpunkt*.

Neben den beiden gezeigten Linsenformen, die man genauer als *bikonkav* und *bikonvex* bezeichnet, gibt es weitere Formen. Linsen, die auf einer Seite eben und auf der anderen gewölbt sind, heißen *plankonkav* bzw. *plankonvex*; darüber hinaus gibt es welche, bei denen eine Seite konkav, die andere konvex ist, dies sind *konkavkonvex* bzw. *konvexkonkav*.

¹⁰ Sphärische Linsen werden seit Jahrhunderten hergestellt. Es gibt mittlerweile auch asphärische Linsen, die vor allem in Kameraobjektiven verwendet werden. Sie werden nicht aus einem Stück geschliffen, sondern gepreßt; eine gängige Technik ist es ferner, sphärische (Glas-)Linsen mit einer Art „Kontaktlinse“ aus Kunststoff zu versehen, die das Brechungsverhalten ändert.

3.6.2 Brechung an Linsen

Wie bei der Reflexion, gelten wegen der *sphärischen Aberration* auch die folgenden Aussagen über den Strahlenverlauf durch Linsen nur für achsen-nahe Strahlen (d. h. solche, die mit der optischen Achse kleine Winkel bilden). Weiterhin ist zu berücksichtigen, daß die Brechungsgesetze streng nur für monochromatisches Licht gelten; bei Abbildungen durch Linsen entsteht durch die (bereits beim Prisma erwähnte) unterschiedlich starke Brechung verschiedenfarbigen Lichts ein weiterer Abbildungsfehler, die *chromatische Aberration*.

Ein durch eine Linse laufender Lichtstrahl wird zweimal gebrochen: beim Eintritt an der Grenzfläche zwischen Luft und Glas und beim Austritt an der Grenzfläche zwischen Glas und Luft. Mit Hilfe der bekannten zeichnerischen Verfahren kann man den Verlauf des Strahls in und hinter der Linse konstruieren. Ist die Linse nicht zu dick (womit im wesentlichen gemeint ist, daß ihre dickste Stelle klein ist im Vergleich zur Gegenstandsweite, zur Bildweite und zum Krümmungsradius), kann die zweimalige Brechung durch eine einzige Brechung an der *Hauptebene* ersetzt werden. Im Folgenden wird nur von solchen *dünnen Linsen* die Rede sein. Bei den *dicken Linsen* muß mit zwei Hauptebenen gearbeitet werden.

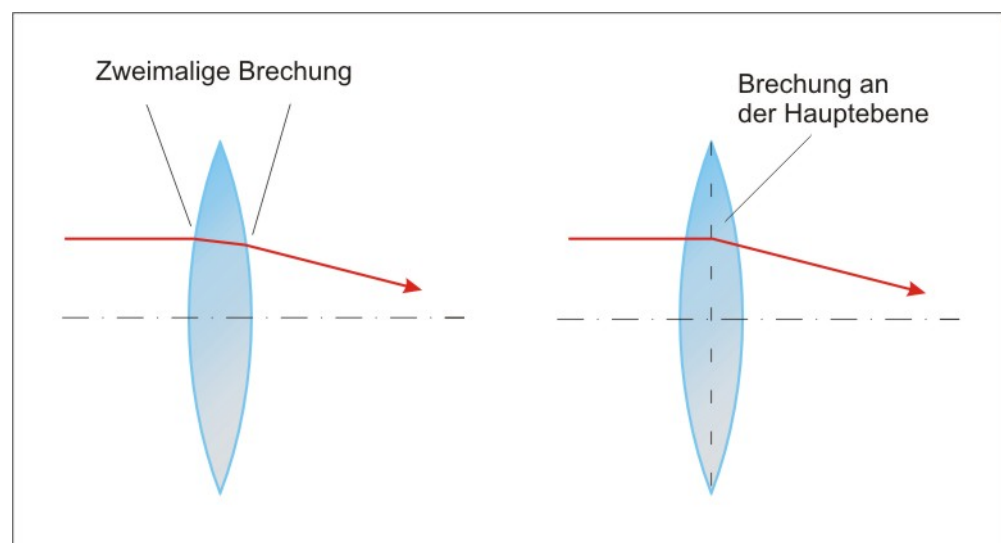


Abbildung 3-9: Brechung und Hauptebene bei einer dünnen Konvexlinse

3.6.3 Strahlenverlauf durch Konvexlinsen

Die Konvexlinse verhält sich ähnlich wie ein Konkavspiegel: achsenparallel einfallende Strahlen werden so gebrochen, daß sie sich in einem Punkt der optischen Achse, dem *Brennpunkt F* schneiden.

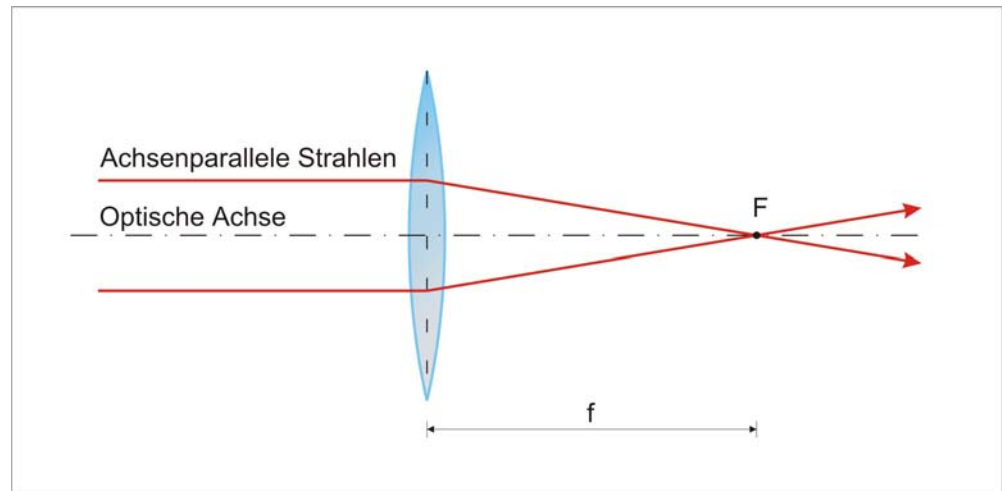


Abbildung 3-10: Brechung achsenparalleler Strahlen

Die Entfernung zwischen dem Brennpunkt F und dem optischen Mittelpunkt heißt *Brennweite* f der Linse. Sie ist in guter Näherung halb so groß wie der Krümmungsradius r ¹¹:

$$f = \frac{1}{2} r. \quad (3-12)$$

Die Brennweite einer Linse ist damit um so kürzer, je stärker die Linse gekrümmt ist. Die im Brennpunkt parallel zur Hauptebene der Linse liegende Fläche ist die *Brennebene*.

Die sphärische Aberration ist in Abbildung 3-11 dargestellt: achsennahe und achsenferne Strahlen haben verschiedene Brennpunkte, ein Punkt wird scharf abgebildet.

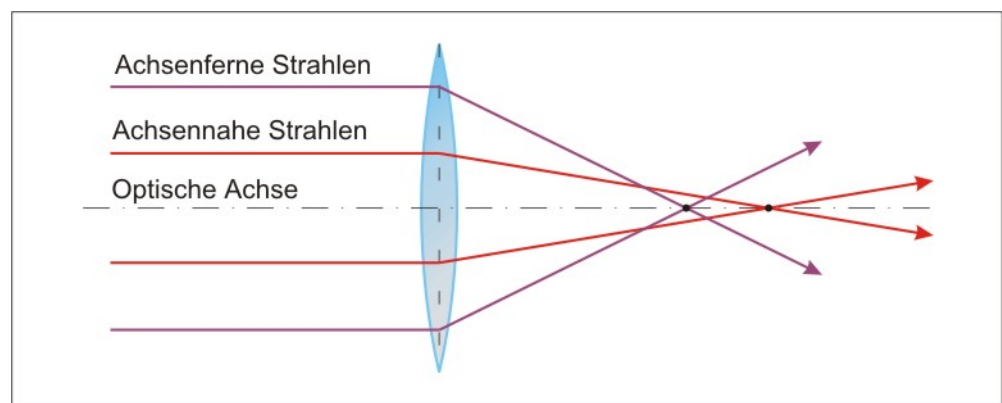


Abbildung 3-11: Sphärische Aberration

Die chromatische Aberration ist in Abbildung 3-12 dargestellt: rote und blaue Strahlen haben verschiedene Brennpunkte¹².

¹¹ Auch dies gilt für kleine Winkel zwischen Strahl und optischer Achse.

¹² Das Zustandekommen dieses Abbildungsfehlers wird in Abschnitt 5.2.1 besprochen.

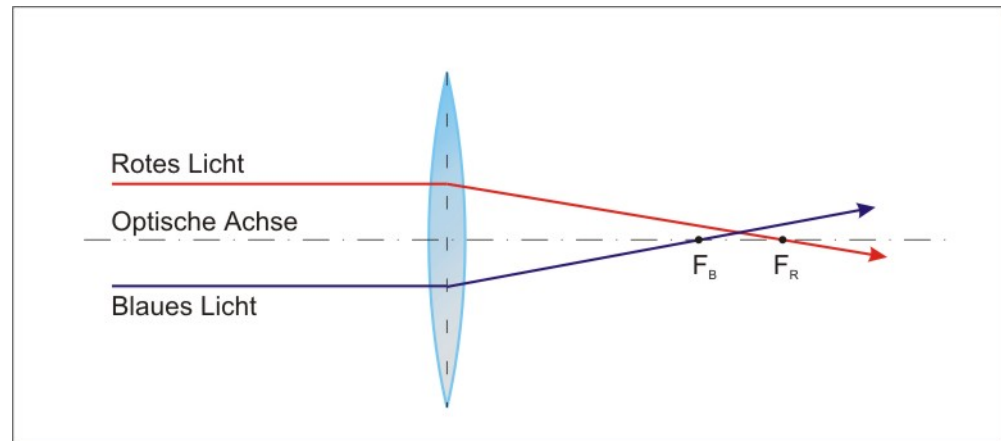


Abbildung 3-12: Chromatische Aberration

In optischen Systemen, von denen eine präzise Abbildung verlangt wird, werden diese Abbildungsfehler durch Kombination von Linsen aus Glassorten mit unterschiedlichen Brechzahlen ausgeglichen; gute Kameraobjektive können 15 oder mehr Linsen, d. h. über 30 brechende Flächen und mehr, haben.

Das Prinzip der Umkehrbarkeit des Lichtweges zeigt sich auch an Linsen. Es spielt es keine Rolle, von welcher Seite die Strahlen auf die Linse treffen (daher hat sie auch zwei gleichweit vom optischen Mittelpunkt entfernte Brennpunkte). Ein Strahl, der durch einen der beiden Brennpunkte einfällt, ein *Brennpunktstrahl*, wird so gebrochen, daß er die Linse als achsenparalleler Strahl verläßt.

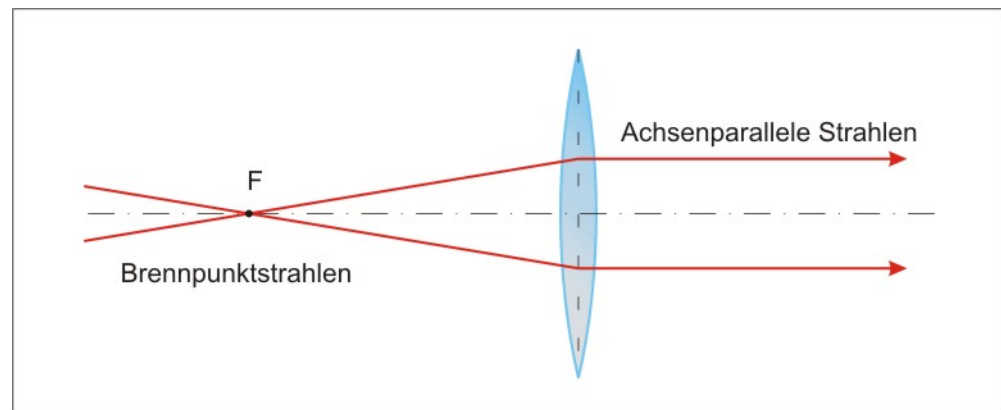


Abbildung 3-13: Brechung von Brennpunktstrahlen

Ein auf den optischen Mittelpunkt gerichteter Strahl (*Mittelpunktstrahl*) durchquert die Linse ungebrochen. Das Mittelstück einer dünnen Linse stellt praktisch eine planparallele Platte dar, die Parallelverschiebung kann vernachlässigt werden.

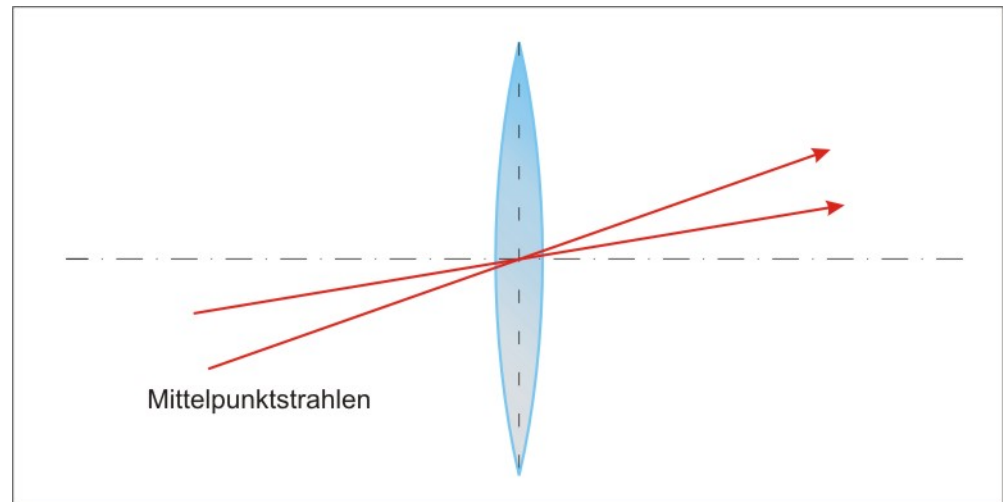


Abbildung 3-14: Durchgang von Mittelpunktstrahlen

Parallel einfallende Strahlen werden so gebrochen, daß sie sich an der Stelle der Brennebene schneiden, an der ein parallel zu ihnen verlaufender Mittelpunktstrahl die Brennebene treffen würde.

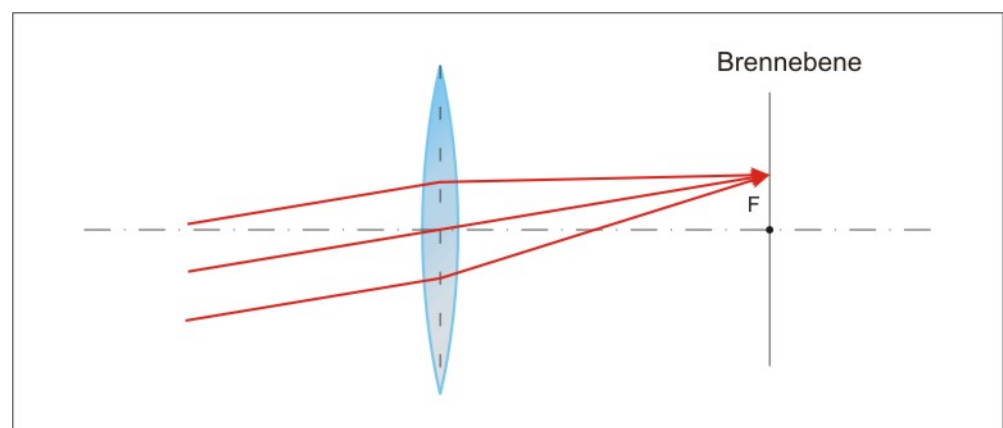


Abbildung 3-15: Brechung von Parallelstrahlen

Unter Vernachlässigung der sphärischen und chromatischen Aberration gilt für die Brechung an Konvexlinsen:

- **Achsenparallele Strahlen werden so gebrochen, daß sie sich in einem Punkt der optischen Achse, dem Brennpunkt, schneiden. Die Brennweite ist (für achsennahe Strahlen) halb so groß wie der Krümmungsradius: $f = \frac{1}{2} r$.**
- **Durch einen der beiden Brennpunkte einfallende Strahlen, die Brennpunktstrahlen, werden so gebrochen, daß sie die Linse als achsenparallele Strahlen verlassen.**
- **Mittelpunktstrahlen durchqueren die Linse ungebrochen.**
- **Parallel einfallende Strahlen werden so gebrochen, daß sie sich an der Stelle der Brennebene schneiden, an der ein parallel zu ihnen verlaufender Mittelpunktstrahl die Brennebene treffen würde.**

3.6.4 Abbildungen durch Konvexlinsen

Die von Konvexlinsen erzeugten Abbildungen lassen sich leicht mit Hilfe eines achsenparallelen und des Mittelpunktstrahls konstruieren. Wie beim Konkavspiegel ist die Art des erzeugten Bildes vom Ort des Gegenstandes abhängig. Für die Zusammenhänge zwischen Brenn-, Gegenstands- und Bildweite gilt die bekannte Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}, \quad (3-13)$$

und der Abbildungsmaßstab mit der Gegenstandsweite G und der Bildweite B ist gegeben durch

$$\beta = \frac{G}{B} \approx \frac{g}{b}. \quad (3-14)$$

Abbildung 3-16 zeigt die Konstruktion eines reellen, vergrößerten umgekehrten Bildes, wenn sich der Gegenstand zwischen dem Brennpunkt und dem optischen Mittelpunkt, also zwischen einfacher und doppelter Brennweite befindet. Das Bild befindet sich außerhalb der doppelten Brennweite.

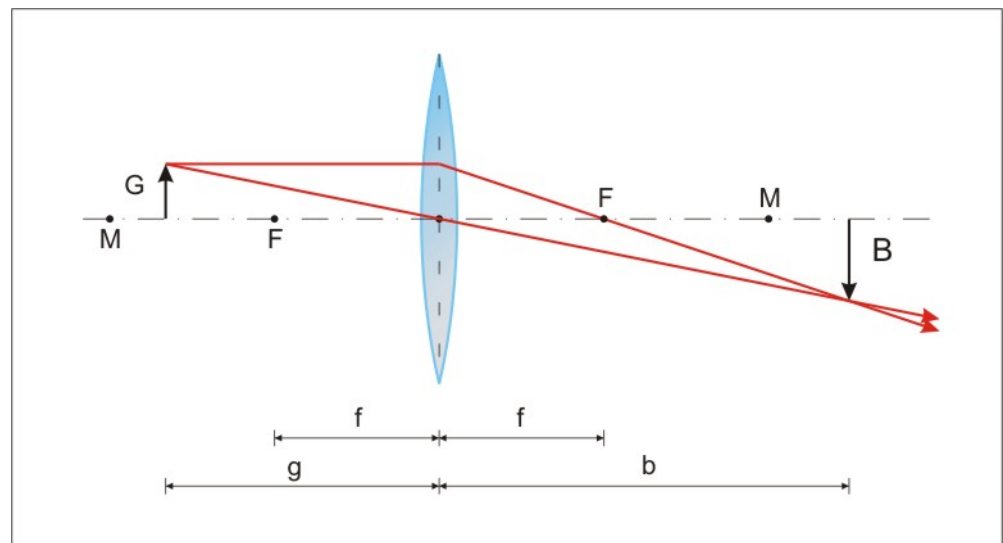


Abbildung 3-16: Konstruktion des vergrößerten reellen Bildes

Befindet sich der Gegenstand außerhalb der doppelten Brennweite, so entsteht ein reelles, verkleinertes umgekehrtes Bild zwischen einfacher und doppelter Brennweite.

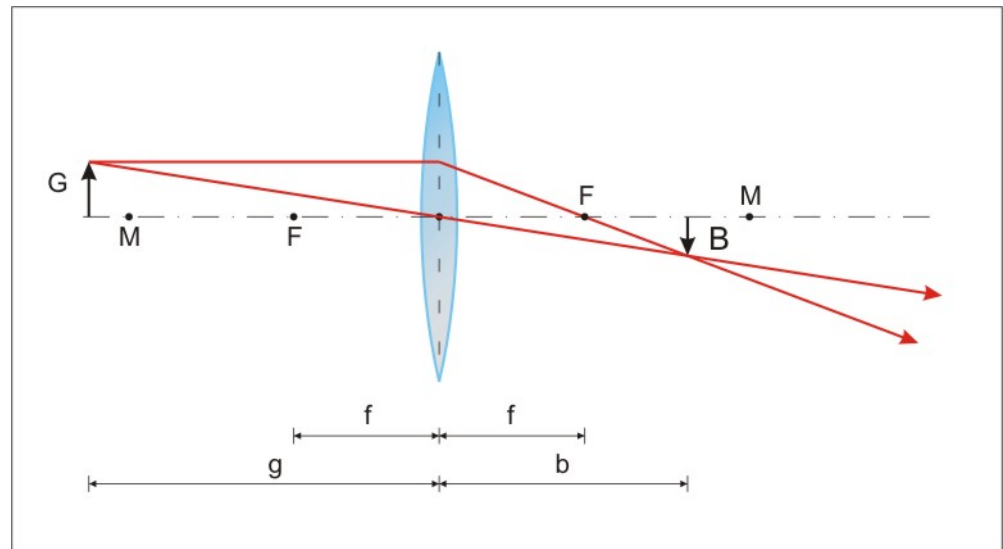


Abbildung 3-17: Konstruktion des reellen verkleinerten Bildes

Ein virtuelles, vergrößertes und aufrechtes Bild erhalten wir, wenn sich der Gegenstand innerhalb der einfachen Brennweite befindet. befindet sich der Gegenstand im Brennpunkt, stellt die Konvexlinse eine Lupe dar (siehe Kapitel 4).

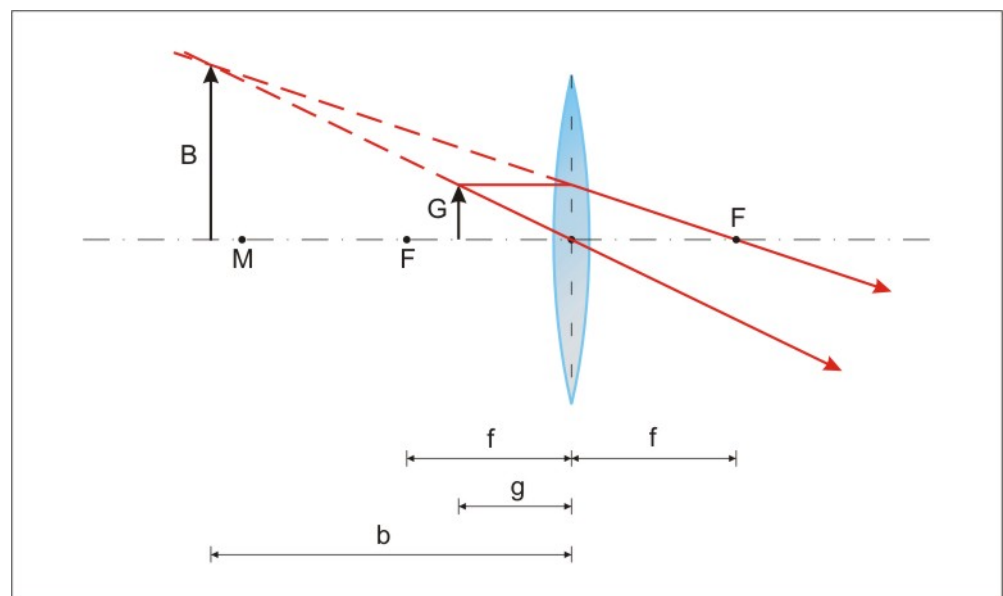


Abbildung 3-18: Konstruktion des vergrößerten virtuellen Bildes

Für Abbildungen durch Konvexlinsen gilt:

<u>Ort des Gegenstandes</u>	<u>Eigenschaften des Bildes</u>
Innerhalb der einfachen Brennweite	Aufrecht, vergrößert, virtuell
Zwischen einfacher und doppelter Brennweite	Umgekehrt, vergrößert, reell
Außerhalb der doppelten Brennweite	Umgekehrt, verkleinert, reell

Es gilt die Abbildungsgleichung $\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$, die Lateralvergrößerung ist

$$\beta = \frac{G}{B} \approx \frac{g}{b}.$$

3.6.5 Konkavlinsen

Strahlenverlauf durch Konkavlinsen

Die Konstruktion des Verlaufs achsenparallel einfallender Strahlen durch Konkavlinsen zeigt, daß sie nach dem Verlassen der Linse auseinanderlaufen, und zwar so, als ob sie von einem Punkt auf der optischen Achse, dem *virtuellen Brennpunkt* (F_1 in der Abbildung 3-19) kämen.

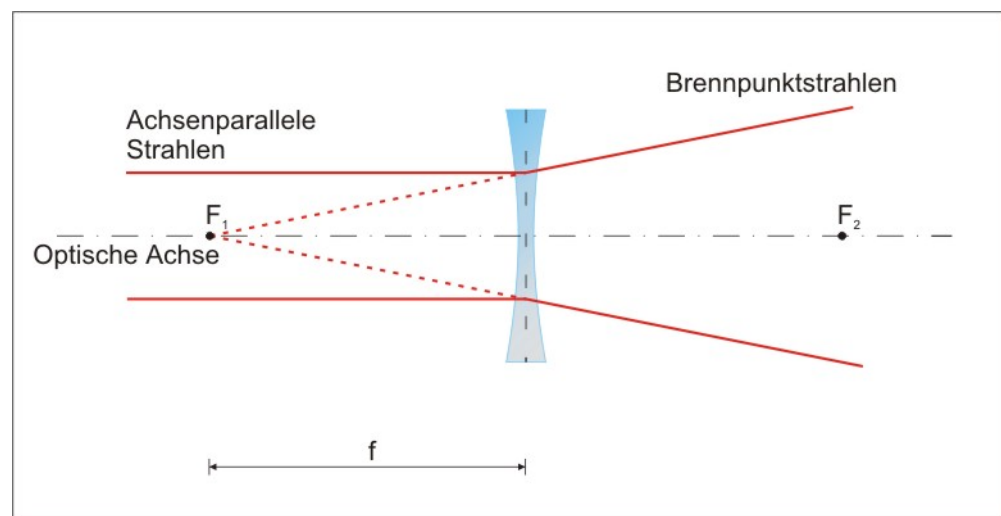


Abbildung 3-19: Brechung achsenparalleler Strahlen

Der virtuelle Brennpunkt liegt auf halber Strecke zwischen dem Krümmungsmittelpunkt und dem optischen Mittelpunkt. Seine Entfernung vom optischen Mittelpunkt ist die *virtuelle Brennweite*. Sie ist in der Abbildungsgleichung negativ einzusetzen.

Auch die Konkavlinse hat zwei Brennpunkte. Der *Brennpunktstrahl* tritt so in die Linse ein, daß seine Verlängerung auf den virtuellen Brennpunkt F_2 „jenseits“ der Linse zielt. Er verläßt die Linse als achsenparalleler Strahl.

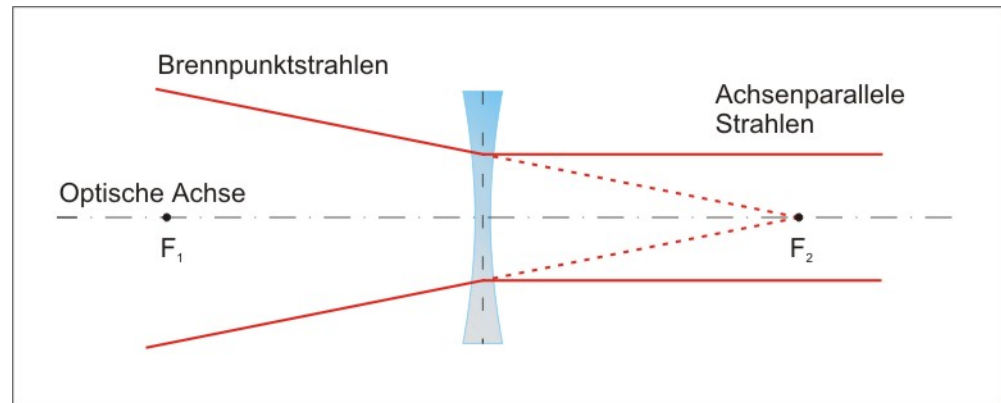


Abbildung 3-20: Brechung von Brennpunktstrahlen

Vorsicht: Ein Strahl, der durch den virtuellen Brennpunkt F_1 auf die Linse zuläuft, ist *kein* Brennpunktstrahl!

Mittelpunktstrahlen durchqueren die Linse ungebrochen. Parallel einfallende Strahlen werden so gebrochen, daß ihre rückwärtigen Verlängerungen sich an der Stelle der virtuellen Brennebene schneiden, an der ein parallel zu ihnen verlaufender Mittelpunktstrahl die Brennebene schneiden würde.

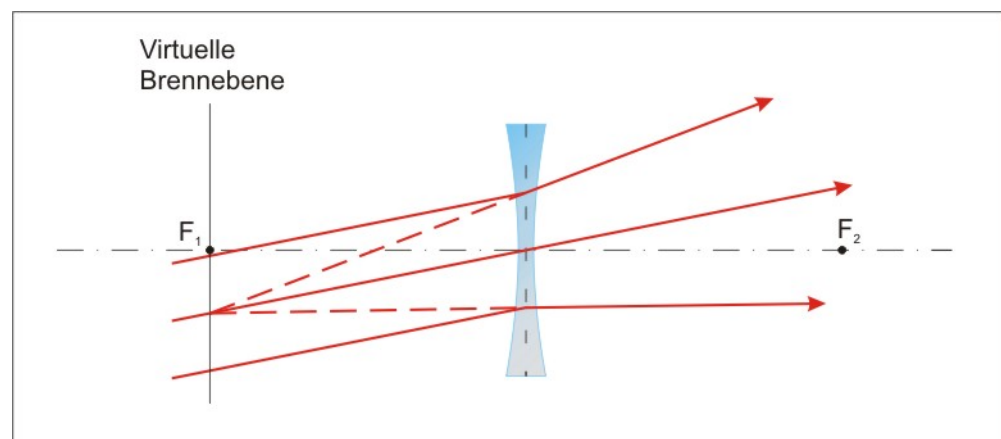


Abbildung 3-21: Brechung von Parallelstrahlen

Unter Vernachlässigung der sphärischen und chromatischen Aberration gilt für die Brechung an Konkavlinsen:

- Achsenparallele Strahlen werden so gebrochen, als ob sie vom virtuellen Brennpunkt kämen. Die Brennweite ist (für achsennahe Strahlen) halb so groß wie der Krümmungsradius: $f = \frac{1}{2} r$.
- Der Brennpunktstrahl tritt so in die Linse ein, daß seine Verlängerung auf den virtuellen Brennpunkt jenseits der Linse zielt. Er verläßt die Linse als achsenparalleler Strahl. (Der durch den virtuellen Brennpunkt einfallende Strahl ist *kein* Brennpunktstrahl.)
- Mittelpunktstrahlen durchqueren die Linse ungebrochen.
- Parallel einfallende Strahlen werden so gebrochen, daß ihre rückwärtigen Verlängerungen sich an der Stelle der virtuellen Brennebene schneiden, an der ein parallel zu ihnen verlaufender Mittelpunktstrahl die Brennebene schneiden würde.

Abbildungen durch Konkavlinen

Unabhängig von der Position des Gegenstandes erzeugen Konkavlinen stets verkleinerte, virtuelle, aufrechte Bilder. Auch hier gilt die Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}. \quad (3-15)$$

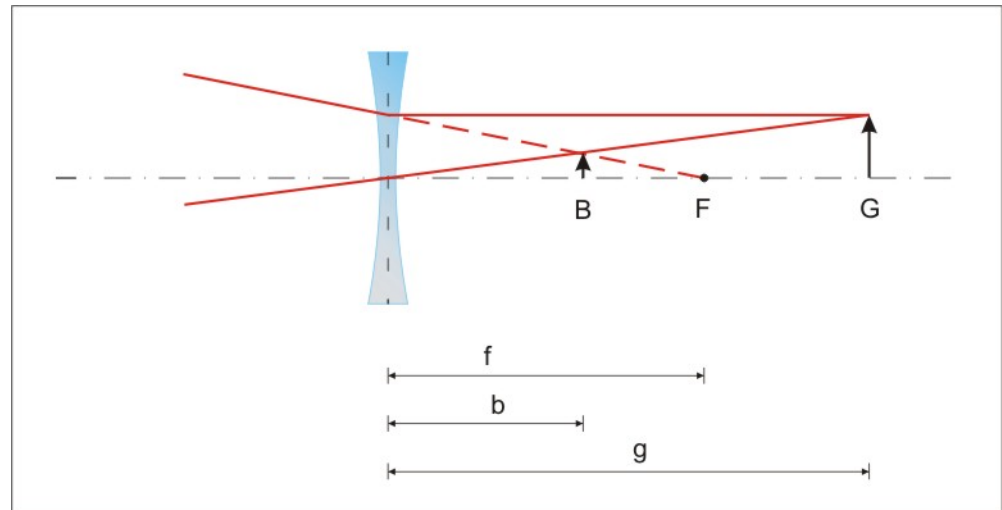


Abbildung 3-22: Abbildung durch Konkavlinen

3.6.6 Die Brechkraft

Die *Brechkraft* D einer Linse oder einer Linsen Kombination ist definiert als der Kehrwert der Brennweite:

$$D = \frac{1}{f}. \quad (3-16)$$

Als Einheit ergibt sich $[D] = \text{m}^{-1}$, diese Einheit heißt *Dioptrie*, abgekürzt dpt:

$$[D] = 1 \text{ m}^{-1} =: 1 \text{ dpt}. \quad (3-17)$$

Beispiel: Ein Gegenstand soll von einer Linse der Brechkraft $D = 12,5 \text{ dpt}$ dreifach vergrößert werden. Wie groß sind Gegenstands- und Bildweite?

In die Abbildungsgleichung wird für $1/f = D$ die Brechkraft eingesetzt:

$$D = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}.$$

Mit der verlangten Vergrößerung

BRECHUNG

$$\beta = \frac{G}{B} \approx \frac{g}{b}$$

erhalten wir

$$3 = \frac{b}{g} \Rightarrow b = 3g$$

Einsetzen in die erste Gleichung liefert

$$D = \frac{1}{g} + \frac{1}{3g} = \frac{3}{3g} + \frac{1}{3g} = \frac{4}{3g}$$
$$\Rightarrow g = \frac{4}{3D} = \frac{4}{37,5 \text{ m}^{-1}} = 0,107 \text{ m} = 10,7 \text{ cm}.$$

Damit ergibt sich

$$b = 3g = 3 \cdot 10,7 \text{ cm} = 32,1 \text{ cm}.$$

Eine Vereinfachung liefert die neue Größe bei der Berechnung der Eigenschaften von Linsensystemen, weil man für n „hintereinandergeschaltete“ Linsen nur die Dioptrien addieren muß:

$$D_{\text{gesamt}} = D_1 + D_2 + \dots + D_n. \quad (3-18)$$

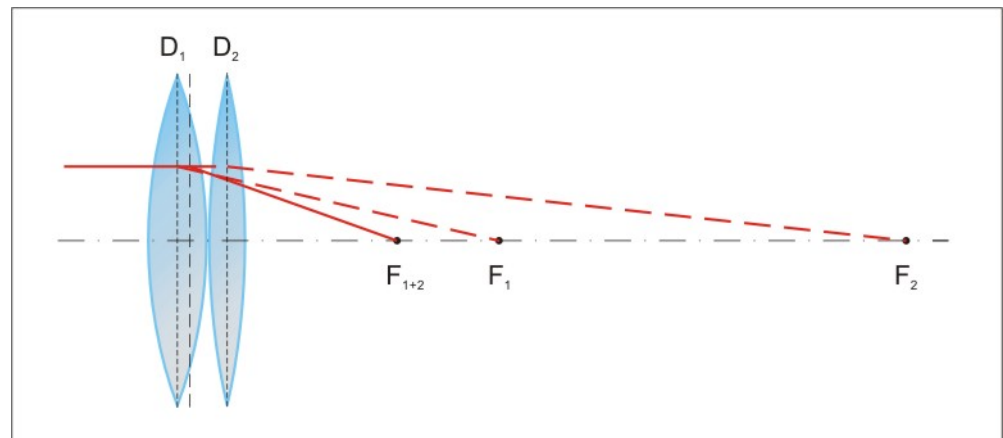


Abbildung 3-23: Ein Linsensystem

Beispiel: Wie groß ist die Brennweite eines Systems aus zwei Linsen mit den Brechkraften $D_1 = 4 \text{ dpt}$ und $D_2 = 12 \text{ dpt}$?

$$D_{\text{ges}} = D_1 + D_2 = (4 + 12) \text{ dpt} = 16 \text{ m}^{-1},$$
$$f = D^{-1} = 0,0625 \text{ m} = 6,25 \text{ cm}.$$

Das Auge und die optischen Instrumente

4.1 Das menschliche Auge

4.1.1 Das Auge als optisches System

4.1.2 Fehlsichtigkeit

4.1.3 Das Auflösungsvermögen und der Sehwinkel

4.2 Die Lupe

4.3 Das Mikroskop

4.4 Fernrohre

4.4.1 Das Keplersche oder Astronomische Fernrohr

4.4.2 Spiegelteleskope

4.4.3 Terrestrische Fernrohre

4.5 Die Kamera

4.5.1 Entfernungseinstellung

4.5.2 Öffnungsverhältnis, Blende und Belichtungszeit

4.5.3 Schärfentiefe

4.1 Das menschliche Auge

4.1.1 Das Auge als optisches System

Das menschliche Auge (und auch die Augen anderer Wirbeltiere) besteht im wesentlichen aus einer elastischen Konvexlinse und der *Netzhaut (Retina)*, auf die das von der Linse erzeugte Bild projiziert wird. Die Netzhaut ist mit verschiedenen Arten von Sehzellen ausgestattet, den farbempfindlichen *Zapfen*¹³ und den *Stäbchen*, die das Sehen im Dunklen ermöglichen. Die von den Sehzellen aufgenommenen Informationen werden über den Sehnerv zum Gehirn geleitet und dort zum Bildeindruck verarbeitet.

Die Krümmung der Linse und damit ihre Brennweite kann durch den *Ziliarmuskel* verändert werden. Vor der Linse liegt die *Iris* oder *Regenbogenhaut* mit der Lichteintrittsöffnung, der *Pupille*, deren Größe sich je nach Helligkeit ändert. Geschützt wird das Auge durch die davor liegende *Hornhaut (Cornea)*.

¹³ Bitte merken: *Zapfen*, nicht *Zäpfchen*! Das ist etwas anderes.

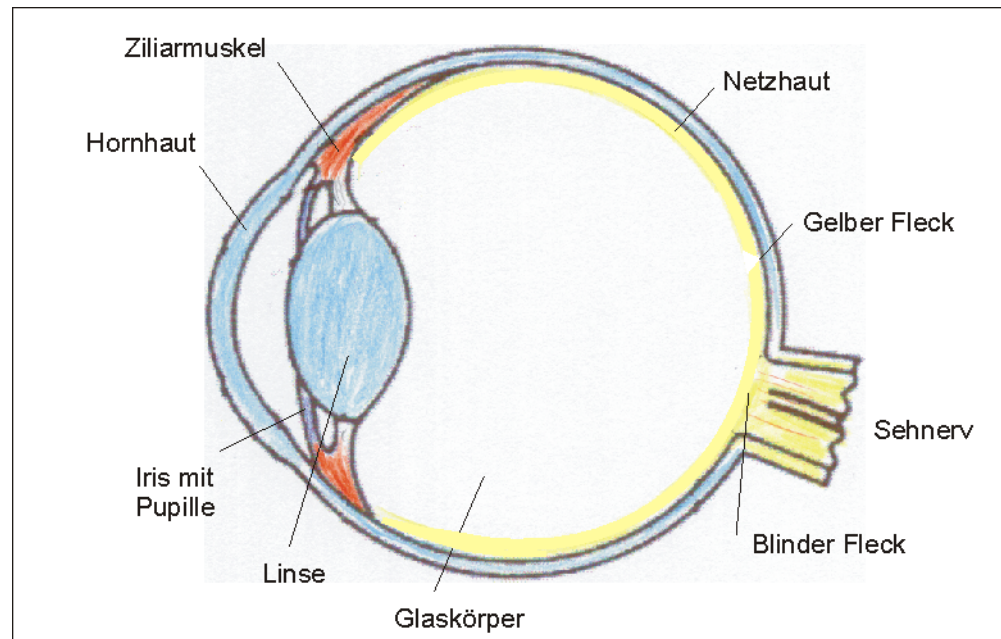


Abbildung 4- 1: Das menschliche Auge

Wo der Sehnerv die Netzhaut durchquert, befinden sich keine Sehzellen, diese Stelle heißt *blinder Fleck*¹⁴. Der *gelbe Fleck (Fovea)* ist die Stelle, an der die Zapfen am dichtesten liegen, es ist die Stelle der größten Sehschärfe. Zur Untersuchung der optischen Eigenschaften benutzen wir ein aus Linse und Netzhaut bestehendes vereinfachtes Modell, das *reduzierte Auge*.

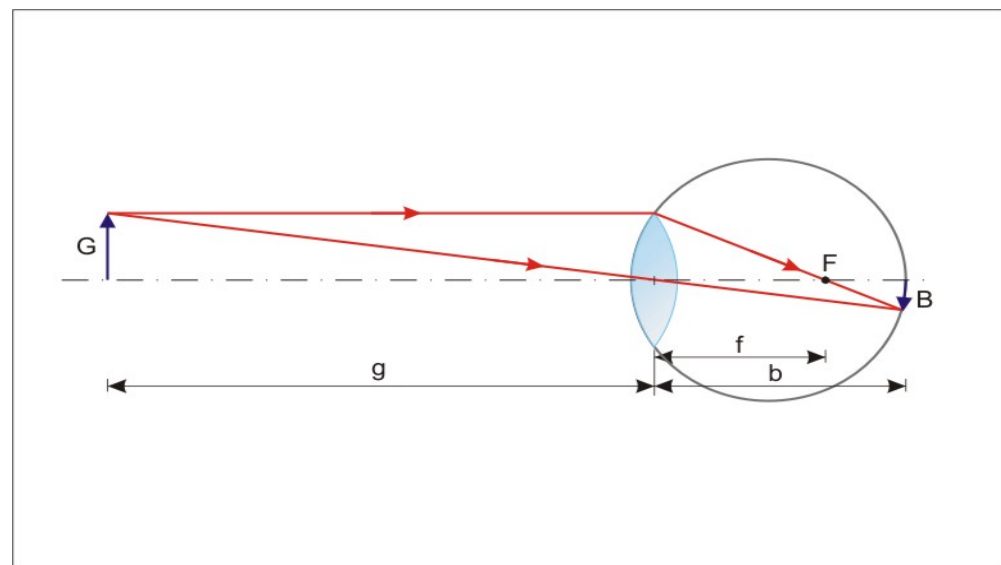


Abbildung 4-2: Das reduzierte Auge

¹⁴ „Der einzige praktische Nutzen dieser Tatsache, von dem wir wissen, ist der, daß irgendein Physiologe an Hofe eines französischen Königs in hoher Gunst stand, weil er diesen darauf hinwies; in den langweiligen Sitzungen mit seinen Höflingen konnte der König sich mit dem 'Abschneiden ihrer Köpfe' amüsieren, indem er einen ansah und beobachtete, wie der Kopf eines anderen verschwand.“ (Richard Feynman, Vorlesungen über Physik, Bd. 1, Kapitel 35-1)

Die Bildweite b , der Abstand zwischen Linse und Netzhaut, ist konstant und beträgt etwa 20 mm. Die Gegenstandsweite g hingegen kann stark schwanken: der Gegenstand kann sehr weit entfernt oder sich (je nach Alter) etwa 10 bis 15 cm vor der Linse befinden; rückt der Gegenstand näher heran, so wird er nicht mehr deutlich wahrgenommen. (Daher gibt die letzte Abbildung 4-2 nicht die tatsächlichen Verhältnisse wieder; hier würde die Gegenstandsweite nur etwa 4 cm betragen.)

Variable Gegenstandsweite und konstante Bildweite erfordern eine Anpassung der Brennweite des Auges an die jeweilige Situation, was durch die Veränderung der Linsenkrümmung realisiert wird.

Mittels des Abbildungsgesetzes läßt sich der Variationsbereich der Brennweite des Auges bestimmen. Befindet sich der Gegenstand in sehr großer Entfernung, so daß $g = \infty$, ergibt sich

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{b}, \quad (4-1)$$

also

$$f = b \approx 20 \text{ mm}. \quad (4-2)$$

Befindet sich der Gegenstand in 10 cm Entfernung, so erhalten wir

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{10 \text{ cm}} + \frac{1}{20 \text{ cm}} = \frac{1}{10 \text{ cm}} + \frac{5}{10 \text{ cm}} = \frac{3}{5 \text{ cm}}, \quad (4-3a)$$

$$f = \frac{5}{3} \text{ cm} = 1,67 \text{ cm}. \quad (4-3b)$$

Das Auge vermag also seine Brennweite zwischen ca. 16,7 und 20 mm zu verändern. Dieser kleine Variationsbereich

$$\frac{5}{6}b < f < b \quad (4-4)$$

reicht für eine Gegenstandsweite von 10 cm bis ∞ aus!

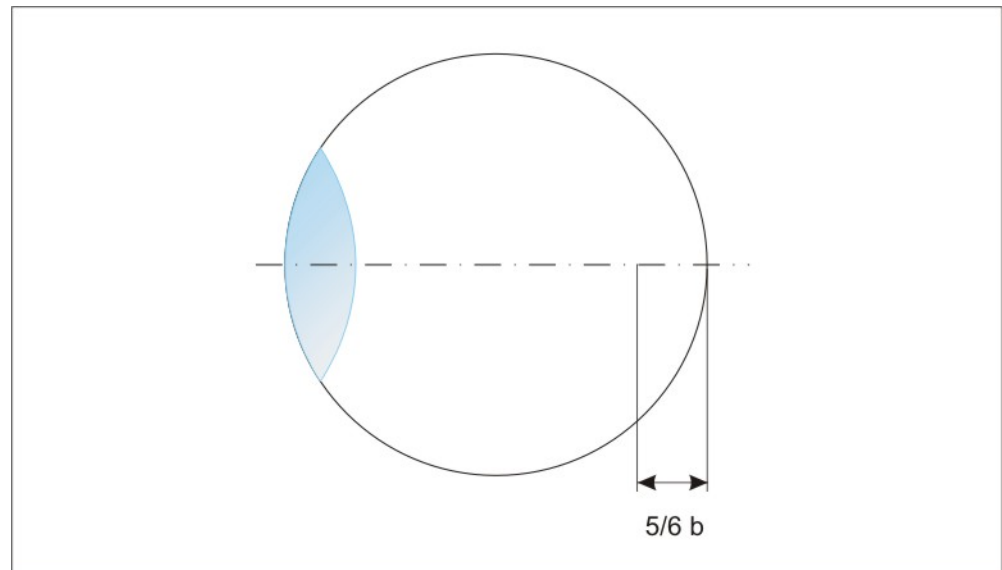


Abbildung 4-3: Der Akkommodationsbereich

Diese Anpassung der Brennweite an die Gegenstandsweite heißt *Akkommodation* des Auges. Im entspannten Zustand des Ziliarmuskels ist die Linse am dünnsten und die Brennweite gleich der Bildweite, das Auge ist dann auf ∞ akkommodiert. Ab einem Alter von etwa 40 Jahren läßt die Akkommodationsfähigkeit des Auges nach.

4.1.2 Fehlsichtigkeit

Ein weit entfernter Gegenstandspunkt wird beim normalen Auge auf der Netzhaut abgebildet. Ist der Augenkörper zu lang, so liegt der Bildpunkt vor der Netzhaut und wird auf ihr nicht als Punkt abgebildet, obwohl das Auge völlig entspannt, also auf unendliche Gegenstandsweite akkommodiert ist. Die Folge ist, daß man weit entfernte Gegenstände nicht deutlich wahrnimmt. Ein solches Auge ist *kurzsichtig* oder *myop*.

Kurzsichtigkeit (Myopie) läßt sich durch eine Konkavlinse korrigieren, durch die die Parallelstrahlen weit entfernter Objekte so gebrochen werden, daß sie von einem näher gelegenen virtuellen Bild zu kommen scheinen.

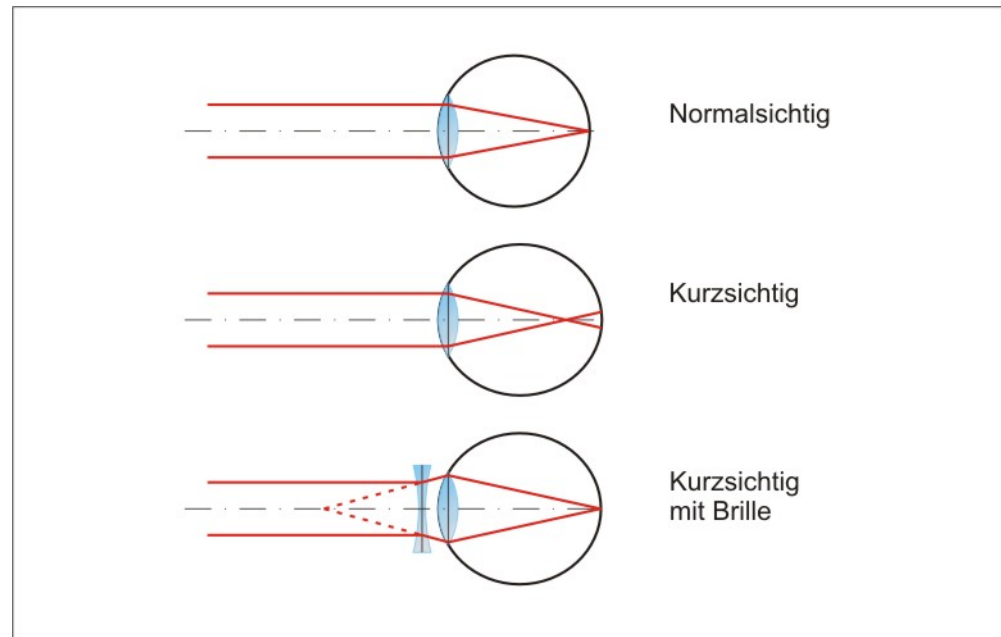


Abbildung 4-4: Das kurzsichtige Auge (Die Zeichnung ist nicht maßstäblich)

Ist der Augenkörper zu kurz, so liegt der Bildpunkt eines in der Nähe befindlichen Gegenstandes hinter der Netzhaut und wird unscharf abgebildet. Eine Korrektur durch Brennweitenverkürzung wird erst möglich, wenn der Gegenstand weiter vom Auge entfernt ist; die Folge ist, daß das Sehvermögen mit der Entfernung zunimmt. Ein solches Auge heißt *weitsichtig* oder *hyperop.* Durch eine Brille mit Konvexlinsen läßt sich der Fehler beheben¹⁵.

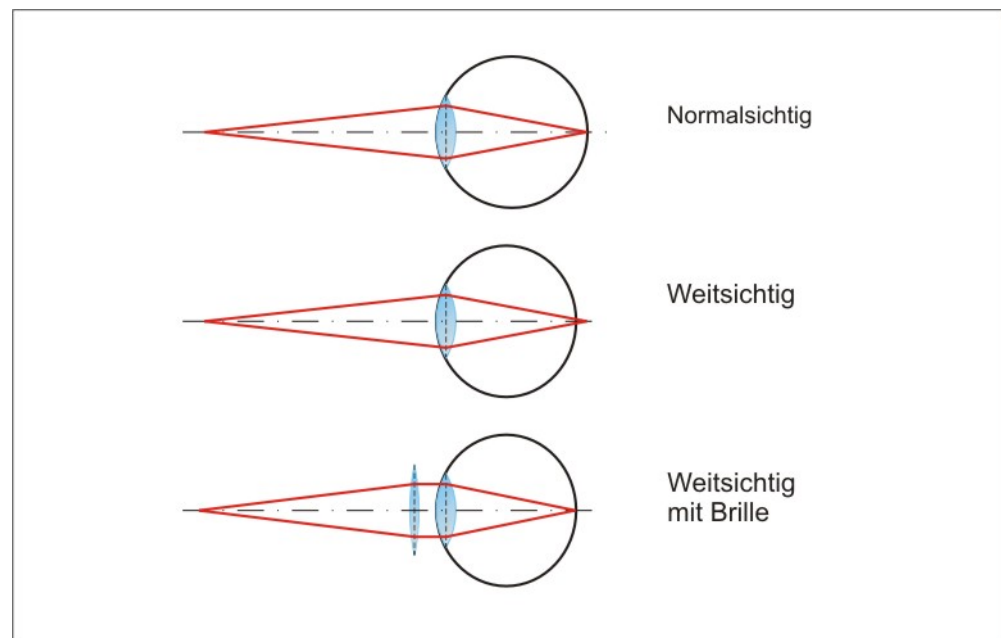


Abbildung 4-5: Das weitsichtige Auge (Die Zeichnung ist nicht maßstäblich)

Mit zunehmendem Alter nimmt die Elastizität der Linse ab und der Ziliarmuskel vermag das Auge nicht mehr auf kleine Gegenstandsweiten zu ak-

¹⁵ Kurzsichtige brauchen Konkavlinsen, Weitsichtige brauchen Konvexlinsen.

kommodieren, dies ist die *Altersweitsichtigkeit* oder *Presbyopie*. Sie läßt sich durch Lesebrillen ausgleichen. Eine vorhandene Kurzsichtigkeit wird dabei allerdings nicht behoben, denn bei entspanntem Ziliarmuskel wird das Bild nach wie vor an der falschen Stelle erzeugt. Man braucht dann Brillengläser, die im oberen Teil des Sehfeldes die Kurzsichtigkeit, im unteren Teil die Weitsichtigkeit korrigieren.

4.1.3 Das Auflösungsvermögen und der Sehwinkel

Wird ein Gegenstand vom Auge abgebildet, so bilden die von seinen äußeren Begrenzungen zum Auge verlaufenden Strahlen miteinander den *Sehwinkel*.

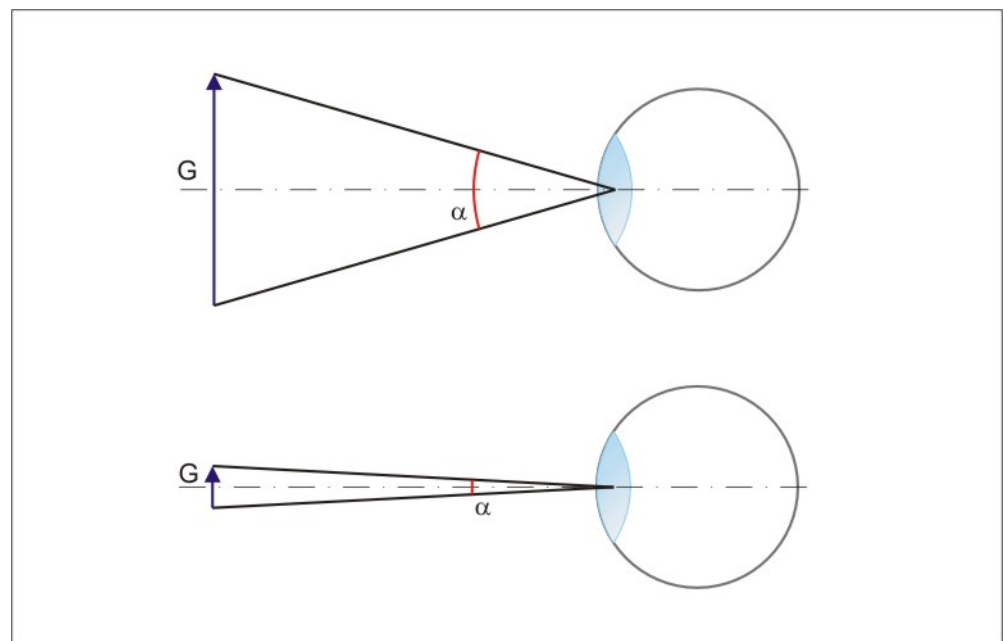


Abbildung 4-6: Der Sehwinkel

Ist der Gegenstand sehr klein, so ist auch der Sehwinkel sehr klein und die von den Begrenzungspunkten des Gegenstandes ausgehenden Strahlen treffen ein und dieselbe Sehzelle. Das bedeutet, daß die beiden Punkte nicht mehr getrennt wahrgenommen werden und der Gegenstand als Punkt erscheint. Damit ist die Grenze des *Auflösungsvermögens* des Auges erreicht. Beim menschlichen Auge beträgt der minimale Sehwinkel etwa 1 Bogenminute:

$$\alpha_{\min} \approx 1' = 1/60^\circ$$

Der Sehwinkel ändert sich mit der Entfernung des Gegenstands vom Auge: rückt man den Gegenstand in die Nähe des Auges, erscheint er größer und man kann kleinere Einzelheiten erkennen, weil der Sehwinkel größer ist. Dabei stellt sich die Frage, in welcher Entfernung ein Gegenstand in „wahrer“ Größe gesehen wird. „Wahre“ Größe kann in diesem Fall nicht einen Abbildungsmaßstab $\beta = 1$ mit gleicher Gegenstands- und Bildgröße bedeuten, da

die maximale Bildgröße durch die Größe des Auges vorgegeben ist. Deshalb wurde festgelegt, daß ein Gegenstand in einer Entfernung von 25 cm weder verkleinert noch vergrößert wahrgenommen wird. Diese Entfernung nennt man die *Bezugssehweite* oder *deutliche Sehweite* s_0 und den in dieser Entfernung vom Auge gelegenen Punkt den *Nahpunkt*.

4.2 Die Lupe

Die Vergrößerung des Sehwinkels durch das Heranführen des Gegenstands an das Auge hat seine Grenze erreicht, wenn sich der Gegenstand im Nahpunkt befindet.

Die *Lupe* ist eine Konvexlinse. Befindet sich der Gegenstand zwischen dem Brennpunkt und der Linse, so erzeugt sie ein aufrechtes, vergrößertes virtuelles Bild außerhalb des Nahbereichs, das vom Auge bequem betrachtet werden kann.

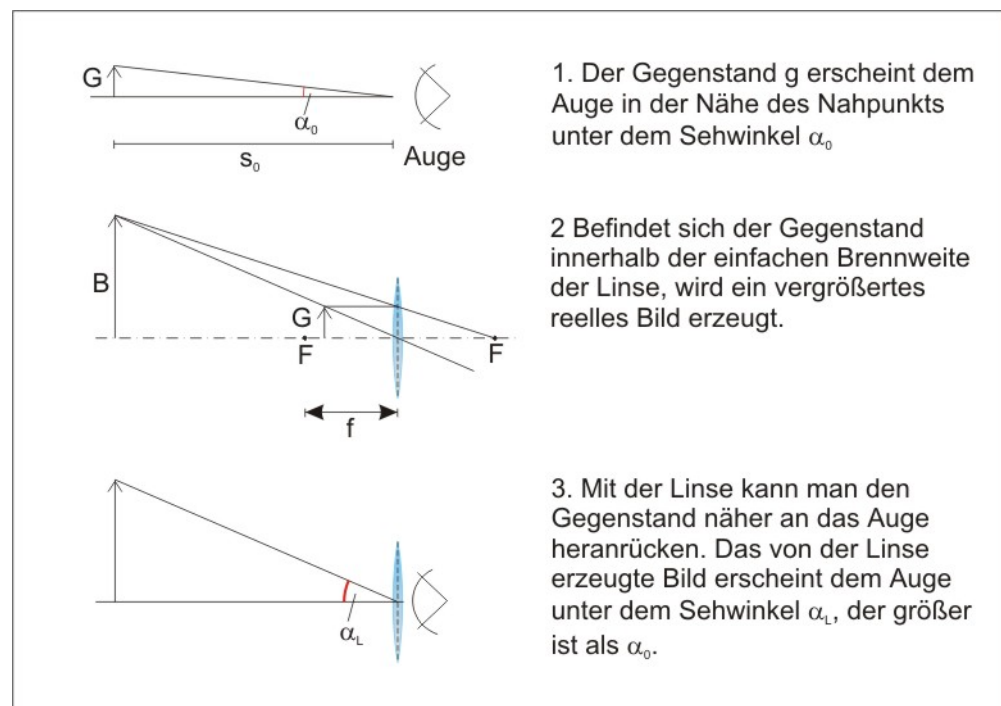


Abbildung 4-7: Die Lupe erzeugt ein vergrößertes Bild

Befände sich der Gegenstand in der Bezugssehweite s_0 (25 cm), so erschiene er dem Auge unter dem Sehwinkel α_0 (Teil 1 der Abbildung 4-7). Das Heranrücken des Gegenstandes auf die Entfernung $g \approx f$ (Teil 2 der Abbildung) erzeugt das virtuelle Bild in $b = s_0$, das nun unter dem Sehwinkel α_L betrachtet wird (Teil 3 der Abbildung). Das Auge ist direkt hinter der Lupe positioniert und auf s_0 akkommodiert.

Die *Winkelvergrößerung* oder kurz *Vergrößerung* V (nicht zu verwechseln mit der Lateralvergrößerung β) eines optischen Instruments gibt an, in welchem Verhältnis die Sehwinkel zueinander stehen:

$$V = \frac{\alpha}{\alpha_0}, \quad (4-5)$$

wobei α_0 der Sehwinkel ist, unter dem der Gegenstand dem unbewaffnete Auge erschien und α der bei Zuhilfenahme des optischen Instruments. Für die Lupenvergrößerung V_L gilt

$$V_L = \frac{\alpha_L}{\alpha_0} \approx \frac{\tan \alpha_L}{\tan \alpha_0} = \frac{G/f}{G/s_0} = \frac{s_0}{f}, \quad (4-6)$$

und bei Angabe der Brennweite in cm

$$V_L = \frac{25}{f}. \quad (4-7)$$

4.3 Das Mikroskop

Die Wirkung eines Mikroskops beruht auf der Betrachtung eines von einer Konvexlinse, dem *Objektiv*, erzeugten vergrößerten reellen Bildes durch eine Lupe, das *Okular*.

Etwas außerhalb der einfachen Brennweite f_{Obj} des *Objektivs* befindet sich der Gegenstand G . An der Hauptebene H der Objektivlinse¹⁶ wird mit einem achsenparallelen Strahl und dem Mittelpunktstrahl die Brechung konstruiert, woraus das vergrößerte, reelle *Zwischenbild* oder *Luftbild* B' resultiert (Strahlengang 1).

Das *Okular* ist so positioniert, daß das Zwischenbild B' innerhalb der einfachen Okularbrennweite f_{Ok} liegt. Für das Okular spielt B' nun die Rolle eines Gegenstandes. Von seiner Spitze aus wird wieder mit Hilfe eines achsenparallelen und des Mittelpunktstrahls die Brechung an der Okularlinse konstruiert, was den Strahlengang 2 erzeugt. Dessen rückwärtige Verlängerungen ergeben mit Strahlengang 3 das virtuelle vergrößerte *Endbild* B .

¹⁶ Die Darstellung ist etwas vereinfacht: zur Berechnung des Strahlverlaufs durch die hier gezeichnete *dicke Linse* benötigt man eigentlich zwei Hauptebenen.

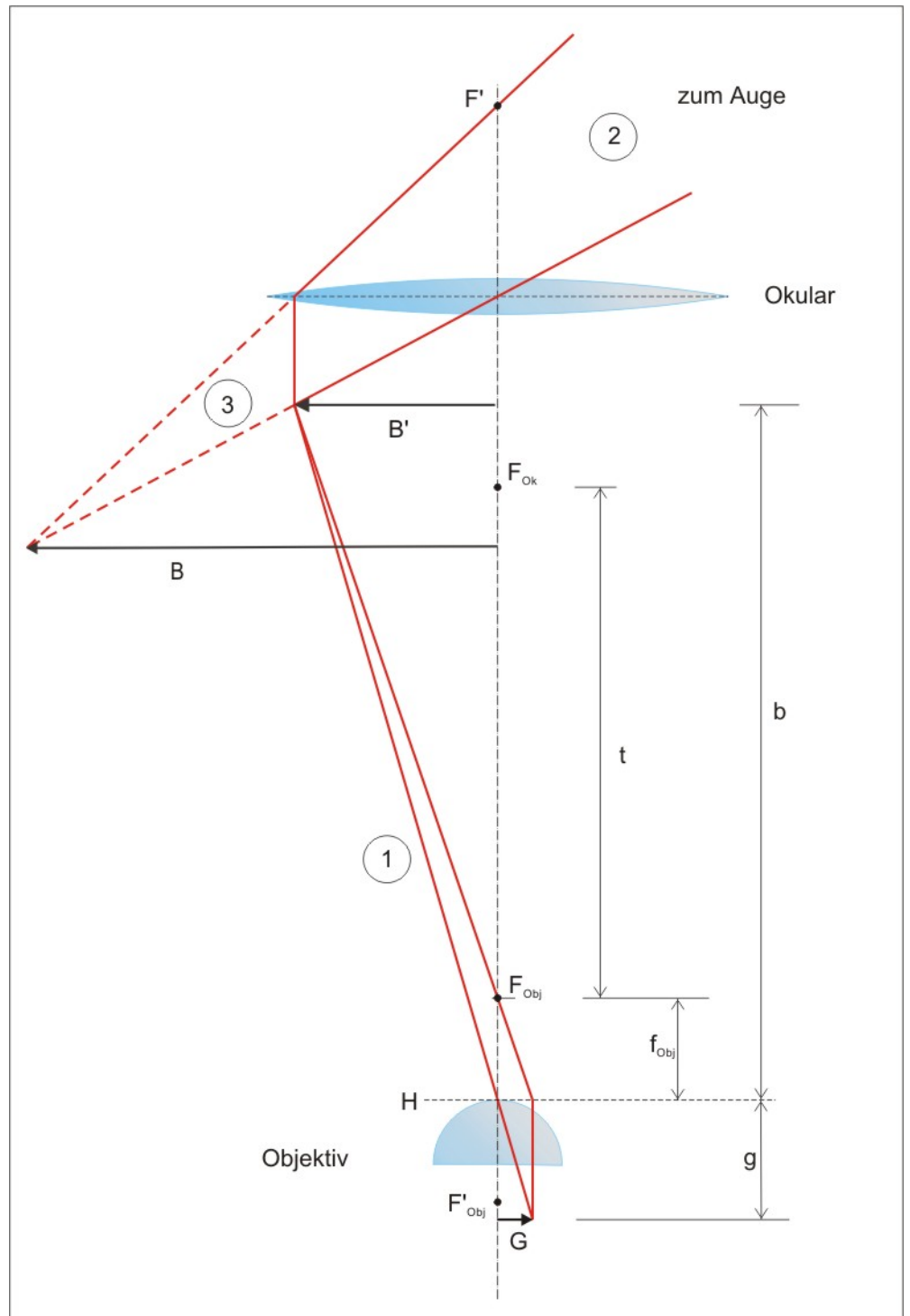


Abbildung 4-8: Strahlengang im Mikroskop

Die Vergrößerung des Okulars berechnet sich nach der Lupenvergrößerung:

$$V_{Ok} = \frac{s_0}{f_{Ok}} \quad (4-8)$$

Das somit um den Faktor V_{Ok} vergrößerte Zwischenbild B' ist um die Lateralvergrößerung

$$\beta = \frac{B'}{G} \quad (4-9)$$

größer als der Gegenstand, β stellt hier die Vergrößerung V_{Obj} des Objektivs dar. Wegen

$$\begin{aligned} \tan \alpha &\approx \frac{G}{f_{\text{Obj}}} \Leftrightarrow G = \tan \alpha \cdot f_{\text{Obj}}, \\ \tan \alpha &\approx -\frac{B'}{b} = -\frac{B'}{f_{\text{Obj}} + t} \approx -\frac{B'}{t} \Leftrightarrow B' = -\tan \alpha \cdot t, \end{aligned} \quad (4-10)$$

wobei α der Winkel zwischen Strahl 1 und der optischen Achse und t die Tubuslänge ist, gilt für β

$$\frac{B'}{G} \approx -\frac{t}{f_{\text{Obj}}}. \quad (4-11)$$

Die Vergrößerung des Mikroskops ergibt damit zu

$$V_M = -\frac{t}{f_{\text{Obj}}} \cdot \frac{s_0}{f_{\text{Ok}}}, \quad (4-12)$$

oder, weil die jeweiligen Vergrößerungen auf Objektiven und Okularen angegeben sind, praktischerweise zu

$$V_M = V_{\text{Obj}} \cdot V_{\text{Ok}}, \quad (4-13)$$

Entscheidend für die Qualität des mikroskopischen Bildes ist nicht allein die Vergrößerung, sondern vielmehr das Auflösungsvermögen¹⁷. Es hängt vom Objektivdurchmesser (der sich durch den halben Öffnungswinkel α beschreiben läßt) sowie vom Brechungsindex des Mediums zwischen Objekt bzw. Deckglas und Objektiv ab. Beide finden Eingang in die *numerische Apertur* A ¹⁸:

$$A = n \cdot \sin \alpha. \quad (4-14)$$

Je größer die numerische Apertur, desto größer das Auflösungsvermögen. Befindet sich zwischen Objektiv und Deckglas Luft (Brechzahl ca. 1), ist der theoretisch er-

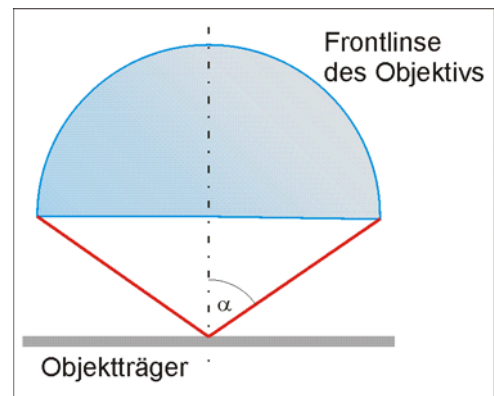


Abbildung 4- 9: Der halbe Öffnungswinkel

¹⁷ Wie beim Auge ist es definiert als der geringste Abstand von zwei distinkten Punkten, die gerade noch als solche erkannt werden können.

¹⁸ Als *Apertur* bezeichnet man allgemein die *Öffnung* (oder *Blende*) eines optischen Systems, die *numerische Apertur* ist eine mathematische Beschreibung der durch diese Öffnung bedingten optischen Eigenschaften (in diesem Falle des Auflösungsvermögens).

reichbare höchste Wert der numerischen Apertur $A = 1$. In der Praxis bildet der Wert $A = 0,95$ die oberste Grenze, weil der Abstand zwischen Objektiv und Deckglasoberfläche nicht den Wert 0 annehmen kann. $A = 0,95$ entspricht einem Öffnungswinkel α von ca. 72° . Erhöht man den Brechungsindex durch ein stärker als Luft brechendes Medium (sogenanntes *Immersionsöl* mit $n = 1,515$), bilden Deckglas, Öl und Frontlinse ein optisch nahezu homogenes Medium, das der einfallende Lichtstrahl praktisch ungebrochen passiert. Die numerische Apertur läßt sich so bis auf $A = 1,40$ steigern.

Auf grund von Beugungseffekten (siehe Kapitel 5) geht auch die Wellenlänge λ in die Berechnung des Auflösungsvermögens ein. Bei bekannter Apertur läßt sich der kleinste Abstand zwischen zwei gerade noch getrennt wahrnehmbaren Objektpunkten $d_{\min}$, also das Auflösungsvermögen berechnen:

$$d_{\min} = \frac{\lambda}{2A} \quad (4-15)$$

Ist $\lambda = 550 \text{ nm}$ (höchste Empfindlichkeit des menschlichen Auges) und $A = 1,40$, ergibt sich folgende Auflösung:

$$d_{\min} = \frac{550 \text{ nm}}{2 \cdot 1,40} \approx 200 \text{ nm} . \quad (4-15a)$$

Dies ist etwa die theoretisch höchste Auflösung, die mit einem Lichtmikroskop erreicht werden kann.

Zwei vom Mikroskop gerade noch aufgelöste Punkte im Abstand von 200 nm sollten höchstens so stark vergrößert werden, daß sie vom Auge als klar getrennte Einheiten wahrgenommen werden. Bei einer Bezugssehweite von 250 mm beträgt die Auflösung des menschlichen Auges ca. 0,15 bis 0,2 mm. Als Faustregel wird daher angegeben, daß die *förderliche Vergrößerung* bei etwa

$$V_{\max} = 1000 \cdot A \quad (4-16)$$

liegen sollte, bei einem Objektiv mit der Apertur 1,4 also bei maximal 1400-fach. Jede Vergrößerung über diesen Wert wird als *leere Vergrößerung* bezeichnet.

4.4 Teleskope

Teleskope ermöglichen die Betrachtung weit entfernter Gegenstände unter einem größeren Sehwinkel als dem des unbewaffnetem Auges. Sie lassen sich nach zwei Prinzipien konstruieren: als aus Linsen bestehende, brechende Instrumente, den *Refraktoren*, oder als aus Spiegeln bestehende, reflektierende Instrumente, den *Reflektoren*.

4.4.1 Das Keplersche oder Astronomische Fernrohr

Das *Keplersche Fernrohr* (auch *Astronomisches Fernrohr* genannt) besteht aus zwei Konvexlinsen. Vom Gegenstand einfallende Strahlen erzeugen das reelle Zwischenbild B' . Das Okular übernimmt die Rolle einer Lupe, die das Zwischenbild so vergrößert, daß das Auge das virtuelle Endbild B wahrnimmt.

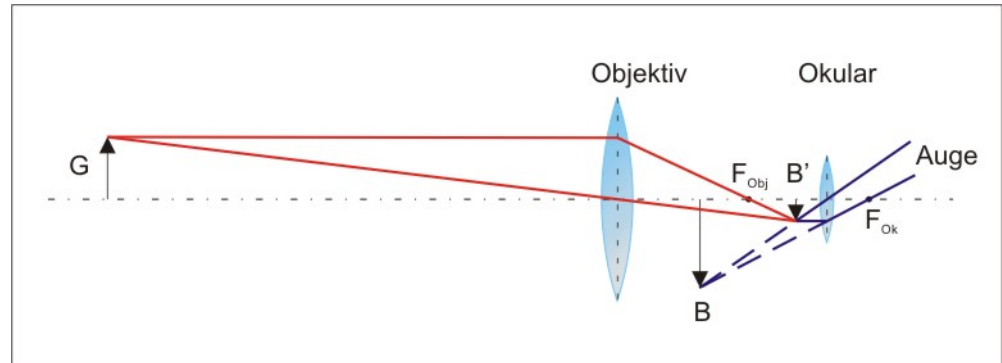


Abbildung 4-10: Prinzip des Keplerschen Fernrohrs

In der praktischen Ausführung fallen der Brennpunkt F'_{Ok} des Okulars mit dem Brennpunkt F_{Obj} des Objektivs zusammen. Von einem unendlich weit entfernten Gegenstand einfallende parallele Strahlen werden in diesem gemeinsamen Brennpunkt fokussiert. Dort entsteht das verkleinerte reelle Bild, das Zwischenbild B' . Die von ihm ausgehenden Strahlen werden (wegen $f_{Obj} = f_{Ok}$) vom Okular so vergrößert, daß sie als parallele Strahlen das auf Unendlich akkommodierte Auge erreichen.

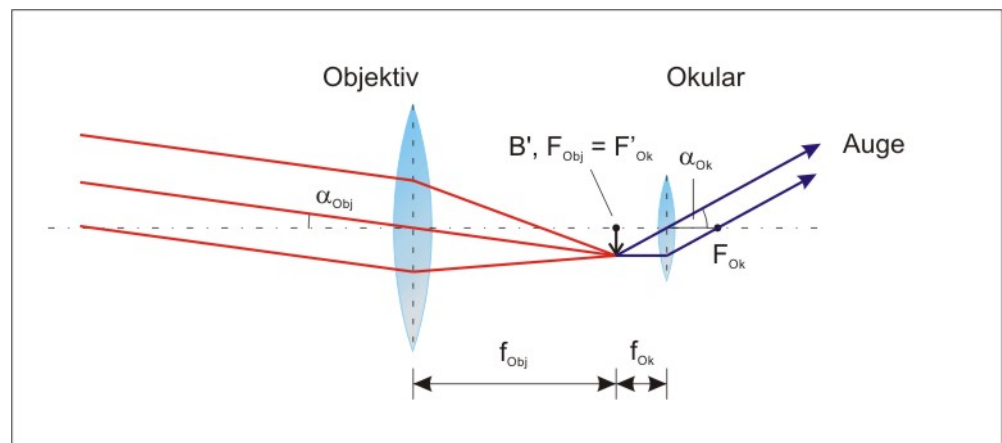


Abbildung 4-11: Das Keplersche Fernrohr

Der Sehwinkel des unbewaffneten Auge ist α_{Obj} , denn Auge und Objektiv haben praktisch die gleiche Gegenstandsweite. Das Objektiv alleine verändert also den Sehwinkel nicht. Es ist

$$\alpha_{Obj} \approx \tan \alpha_{Obj} = \frac{B'}{f_{Obj}}. \quad (4-17)$$

Bei Betrachtung durch das Okular gilt für den Sehwinkel

$$\alpha_{Ok} \approx \tan \alpha_{Ok} = \frac{B'}{f_{Ok}}. \quad (4-18)$$

Das Verhältnis der beiden Sehwinkel gibt die Vergrößerung V_F des Keplerschen Fernrohrs an:

$$V_F = \frac{\alpha_{Obj}}{\alpha_{Ok}} \approx \frac{B' \cdot f_{Obj}}{f_{Ok} \cdot B'}, \quad (4-19)$$

also

$$V_F = \frac{f_{Obj}}{f_{Ok}}. \quad (4-19a)$$

Die Brennweite f_{Obj} des Objektivs ist in der Regel bauartbedingt unveränderlich, der Einsatz verschiedener Okulare ermöglicht die Auswahl mehrerer Vergrößerungen.

An der Stelle des reellen Zwischenbildes läßt sich ein Fadenkreuz oder eine Skala anbringen, so daß eine genaue Ausrichtung des Fernrohrs oder eine Winkelmessung möglich ist.

Beispiel: Ein Fernrohr mit einer Objektivbrennweite von 1,5 m soll den Mars unter dem gleichen Sehwinkel abbilden wie den des Mondes mit bloßem Auge. Es ist $\alpha_{Mars} = 25''$ und $\alpha_{Mond} = 31'$. Wie groß ist die Vergrößerung des Fernrohres und welche Okularbrennweite hat es?

$$V = \frac{\alpha_{Mond}}{\alpha_{Mars}} = \frac{31 \cdot 60''}{25''} = 74,4.$$

Aus $V = \frac{f_{Obj}}{f_{Ok}}$ erhalten wir

$$f_{Ok} = \frac{f_{Obj}}{V} = \frac{1,5 \text{ m}}{74} = 0,02 \text{ m} = 2 \text{ cm}.$$

Fernrohre mit großer Objektivbrennweite ermöglichen starke Vergrößerungen; das *Auflösungsvermögen* hängt aber, wie schon vom Mikroskop bekannt, von der Apertur bzw. der Öffnung des Instruments ab. Der Forderung nach großen Objektiven sind in der Praxis Grenzen gesetzt, da sich Glaslinsen ab einer bestimmten Größe unter ihrem Eigengewicht verformen. Die größten Refraktoren haben bei einem Objektivdurchmesser von ca. 80 bis 100 cm Brennweiten zwischen 10 und 20 m.

Die Fixsterne sind so weit entfernt, daß sie selbst bei starker Vergrößerung nicht als Scheiben, sondern als Punkte erscheinen. Welchen Vorteil hat dann das Fernrohr, wenn es nicht vergrößert? Hier spielt das durch die Öffnung bestimmte Lichtsammelvermögen des Teleskops die entscheidende Rolle. Es ist proportional der Fläche der Objektivlinse. Eine Linse von 1 m Durchmesser liefert gegenüber der Pupille mit ca. 1 mm Durchmesser eine 10^6 fache Helligkeit! Es werden also mit dem Fernrohr Sterne sichtbar, die mit bloßem Auge nicht zu sehen sind. Schon ein einfacher Feldstecher zeigt viel mehr Sterne, als mit bloßem Auge zu sehen sind.

Die Objektive der Refraktoren sind zur Verringerung der chromatischen Aberration aus mehreren Linsen zusammengesetzt, die einfachste Form ist das aus einer Konvex- und einer Konkavlinse bestehende *Fraunhofer-Objektiv*. Die Okulare enthalten schon in preiswerter Ausführung mindestens vier Linsen.

4.4.2 Spiegelteleskope

Spiegelteleskope enthalten in der Regel zur Vermeidung der bekannten Abbildungsfehler parabolische Hohlspiegel, die ein reelles Bild erzeugen. Abbildung 4-12 zeigt eine der Realisierungsmöglichkeiten, das *Newtonsche Spiegelteleskop*.

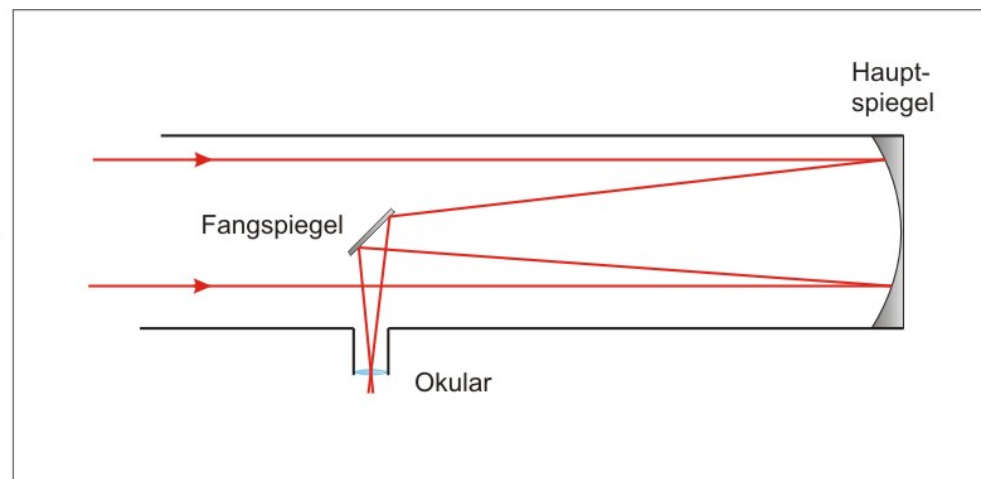


Abbildung 4-12: Spiegelteleskop nach Newton

Die Leistung der Spiegelteleskope hängt wie bei den Linsenfernrohren vom Objektiv-, d. h. von Spiegeldurchmesser ab. Auch Spiegel verformen sich unter ihrem Eigengewicht, da sie aber auf der Rückseite unterstützt werden können, ermöglichen sie Öffnungen von einigen Metern. Mehrere Jahrzehnte war das berühmte Mt. Palomar-Teleskop mit 5 m Öffnung das größte Teleskop der Welt; das aus 36 hexagonalen Elementen zusammengesetzte Teleskop auf dem Mauna Kea in Hawaii hat eine Öffnung von fast 10 m. Das Weltraumteleskop *Hubble* mißt zwar „nur“ 2,4 m, seine Leistungsfähigkeit verdankt es der Tatsache, daß es außerhalb der Erdatmosphäre betrieben wird.

4.4.3 Terrestrische Fernrohre

Daß das Bild beim Keplerschen Fernrohr umgekehrt ist, spielt in der Astronomie keine Rolle, für terrestrische Zwecke wird jedoch ein aufrechtes Bild gewünscht. Eine Möglichkeit ist der Einbau einer zusätzlichen Linse, die keine Vergrößerungsfunktion hat, sondern aus dem umgekehrten reellen Zwischenbild, das sich innerhalb ihrer doppelten Brennweite befindet, ein aufrechtes, ebenfalls reelles, zweites Zwischenbild erzeugt.

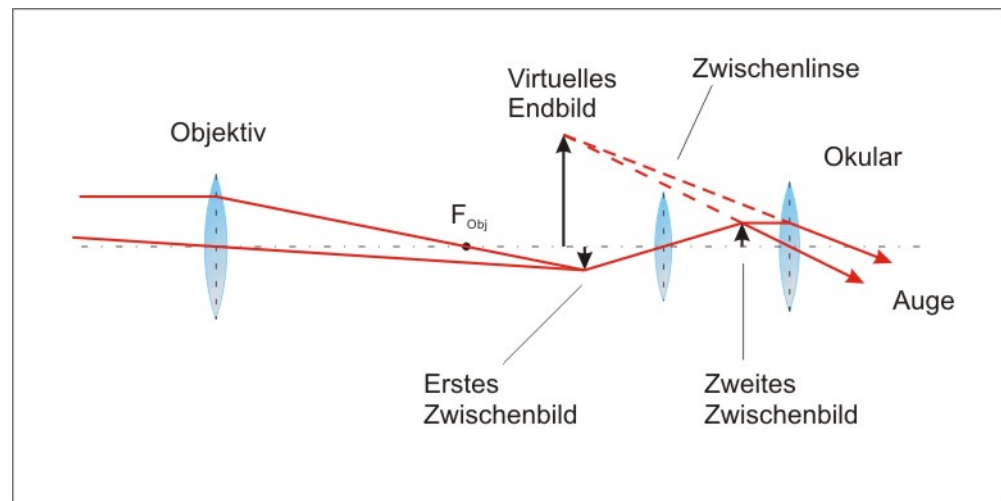


Abbildung 4-13: Terrestrisches Fernrohr

Durch die Zwischenlinse verlängert sich der Lichtweg erheblich¹⁹. Eine elegantere Lösung bieten zwei totalreflektierende Prismen mit Richtungsumkehr. Sie sind um 90 ° gegeneinander gedreht, so daß auch ohne Zwischenlinse ein aufrechtes und seitenrichtiges Bild erscheint.

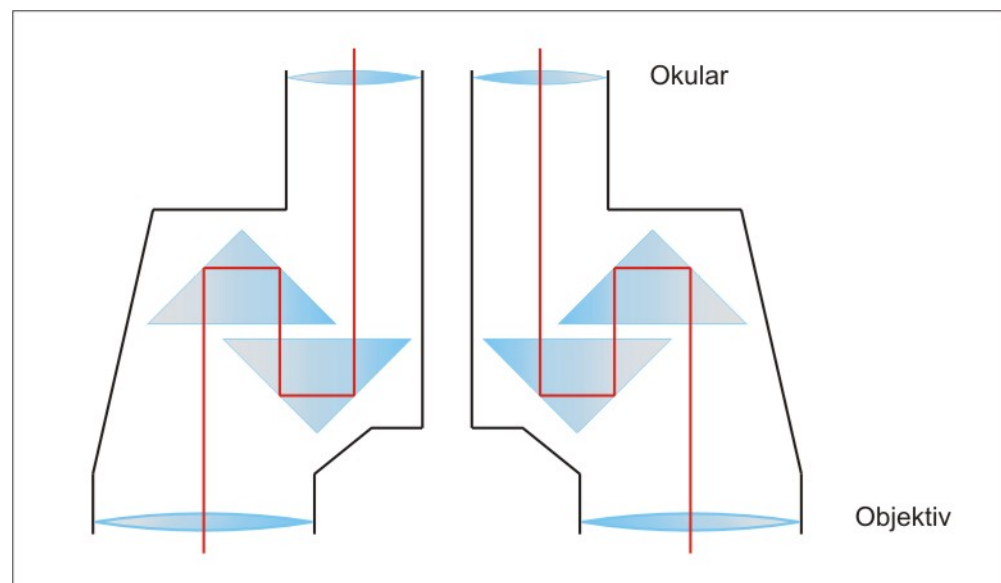


Abbildung 4-14: Bauweise des Prismenfernrohrs

In der zweidimensionalen Darstellung der Abbildung 4-14 ist der Lichtweg vereinfacht dargestellt, tatsächlich erfolgt die Bildumkehr sowohl in horizontaler wie in vertikaler Richtung.

Durch die mehrfache Lichtumlenkung im Prismenfernrohr ist einerseits eine kurze Bauweise möglich, andererseits können die beiden Objektive einen größeren Abstand voneinander haben als die Okulare, wodurch sich eine Verbesserung des räumlichen Sehens ergibt. Auf solchen Geräten finden sich Angaben wie z. B. „8 × 32“; die erste Zahl gibt die Vergrößerung an, die zweite den Objektivdurchmesser.

¹⁹ "It will obviously have to have a long draw tube, the picturesque kind that comes to mind when you think of wooden ships and cannonballs." (E. Hecht, A. Zajac: Optics, Kapitel 5.7)

Eine zweite Möglichkeit zur Erzeugung eines aufrechten Bildes ist die Verwendung einer Konkavlinse als Okular, man spricht dann vom *Galileischen* oder *Holländischen Fernrohr*. Der Brennpunkt der Konkavlinse deckt sich mit dem des Objektivs.

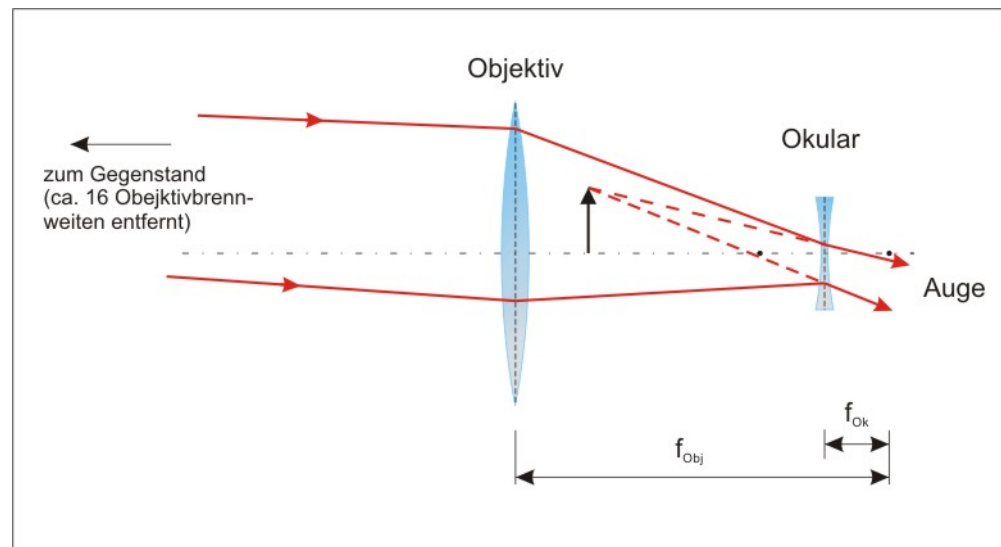


Abbildung 4- 15: Strahlengang im Galileischen Fernrohr

Da die Länge dieses Instruments sich zu $f_{\text{Obj}} - f_{\text{Ok}}$ berechnet (beim Keplerschen Fernrohr $f_{\text{Obj}} + f_{\text{Ok}}$), ist vergleichsweise handlich; außerdem liefert es ein sehr helles Bild, bietet aber nur geringe Vergrößerung ($f_{\text{Obj}} / f_{\text{Ok}} \approx 4$) und ein relativ kleines Gesichtsfeld. Verwendet wird es z. B. als Opernglas. Zum Vergleich: Galileis erste Fernrohr hatte bei einer dreifachen Vergrößerung einen Objektivdurchmesser von 5,6 cm und eine Objektivbrennweite von 1,7 m.

4.5 Die Kamera

Mit der Kamera bzw. dem Fotoapparat wird das von einem Objektiv erzeugte Bild auf einen lichtempfindlichen Film oder einen digitalen Bildsensor projiziert und dort chemisch bzw. elektronisch gespeichert. Dazu muß dort ein reelles Bild entstehen, das Objektiv muß also wie eine Konvexlinse wirken. Die einfachsten Kameras arbeiten in der Tat mit einer einzigen Konvexlinse, was aber sphärische und chromatische Aberration mit sich bringt. Wie bei den anderen besprochenen Instrumenten werden zur Kompensation der Abbildungsfehler Systeme aus Linsen verschiedener Glassorten, d. h. mit unterschiedlichen Brechungseigenschaften, eingesetzt.

Die üblicherweise verwendete Standardkamera ist eine *einäugige Spiegelreflexkamera*, auch *SLR* (Single Lens Reflex) genannt. In Sucherstellung wird das Licht aus dem Objektiv in den Sucher reflektiert, im Moment der Belichtung klappt der Spiegel nach oben und das Licht fällt auf den Film. Häufig ist in den Lichtweg ein Belichtungsmesser eingebaut, dessen Anzeige in das Sucherbild eingeblendet wird. Dieses Verfahren heißt *TTL-Belichtungsmessung* (TTL: Through the lens).

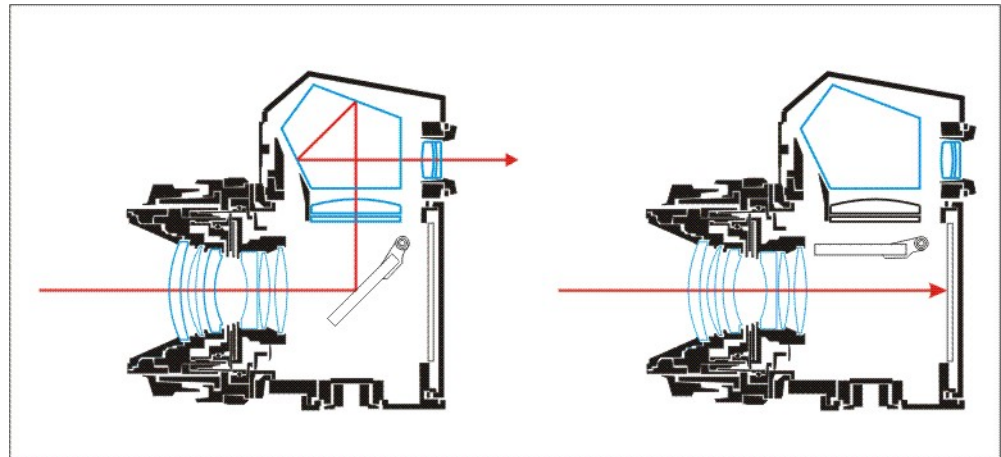


Abbildung 4- 16: Einäugige Spiegelreflexkamera

Im Folgenden sprechen wir der Einfachheit halber von Linsen statt von Linsensystemen und stellen in den Abbildungen das Objektiv durch eine Konvexlinse dar.

4.5.1 Entfernungseinstellung

In fotografischen Praxis liegt der Gegenstand weit außerhalb der doppelten Brennweite, so daß zwischen einfacher und doppelter Brennweite ein reelles Bild entsteht. Damit es scharf abgebildet wird, muß es in der Filmebene bzw. der Ebene des Sensors liegen.

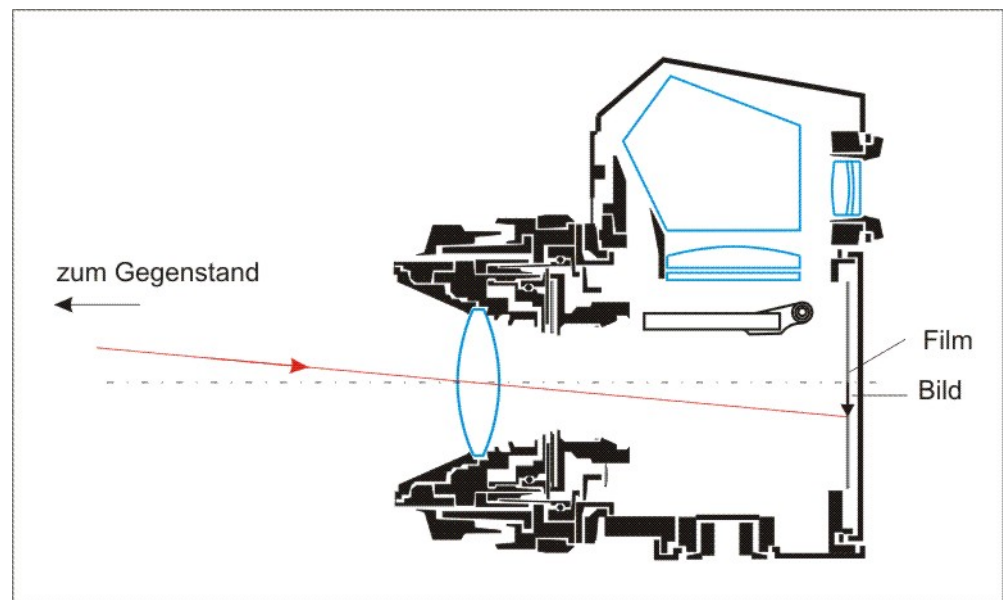


Abbildung 4- 17: Das Bild in der Filmebene

Da die Brennweite des Objektivs (von Zoomobjektiven abgesehen) konstant ist, muß man die Bildweite je nach Gegenstandsweite verändern können, d. h. der Abstand zwischen Objektiv und Filmebene, der *Kameraauszug*, muß variabel sein. Diese *Entfernungseinstellung* wird durch das in einem Gewinde drehbare Objektiv realisiert; an seinem Rand befindet sich eine Skala, auf der jedoch nicht die jeweilige Bildweite, sondern die

dazugehörige Gegenstandsweite angegeben ist.

Mit Hilfe der Abbildungsgleichung wird für ein Objektiv der Brennweite $f=48\text{ mm}$ die Bildweite b für die Gegenstandsweiten $g=\infty$, $g=10\text{ m}$, $g=1\text{ m}$ und $g=50\text{ cm}$ berechnet. Auf einer zehnfach vergrößerten, von 48 bis 54 mm reichenden, linearen Skala werden die entsprechenden Wertepaare abgetragen.

Es zeigt sich, daß diese Skala der auf dem Objektivring ähnelt: ihr weitaus größter Teil wird für die Werte 50 cm bis 10 m in Anspruch genommen, während ∞ bereits kurz hinter 10 m folgt.

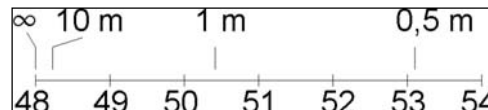


Abbildung 4-18: Entfernungsskala, Gegenstandsweiten (oben) und Bildweiten (unten)

Mit Objektiven verschiedener Brennweite läßt sich die Bildgröße so steuern, daß die Bilder sowohl weit entfernter als auch sehr naher Gegenstände das Film- bzw. Sensorformat ausfüllen. Bei einer herkömmlichen Filmkamera ist die Brennweite eines *Normalobjektivs* etwas größer als die Diagonale des Filmformats, d. h. bei $24 \times 36\text{ mm}$ etwa 50 mm. *Teleobjektive* für konventionelle Kameras mit Brennweiten von z. B. 130 oder 360 mm erlauben das „Heranholen“ weit entfernter Gegenstände. Ist der Gegenstand so nahe, daß sein Bild nicht in das Film- oder Sensorformat paßt, fotografiert man ihn mit einem *Weitwinkelobjektiv*, das mit einer Brennweite von 21 oder 35 mm ein entsprechend kleineres Bild erzeugt.

Bei digitalen Geräten steht für das Bild wegen der im Vergleich zum Filmformat kleineren Fläche des Chips meist weniger Platz zur Verfügung: wird ein Gegenstand auf den Kleinbildfilm formatfüllend abgebildet, würde sein Bild größer sein als ein handelsüblicher $\frac{2}{3}$ "-Sensorchip. Das Weitwinkelobjektiv des Films wird zum Normalobjektiv für digitale Aufnahmen, ein Normalobjektiv wird zum Teleobjektiv.

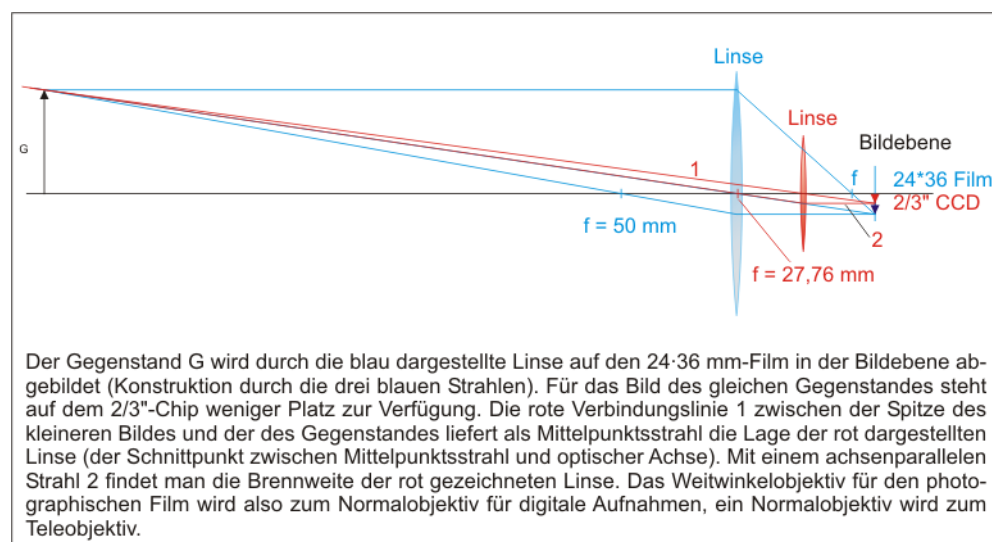


Abbildung 4-19: Konventionelle und digitale Objektive

4.5.2 Öffnungsverhältnis, Blende und Belichtungszeit

Das Öffnungsverhältnis

Eine die optische Qualität bestimmende Größe ist die auf den Film bzw. den Chip fallende Lichtmenge. Die durch eine Linse hindurchtretende Lichtmenge wächst linear mit der mit der Linsenfläche, d. h. quadratisch mit dem Linsendurchmesser. Das *Öffnungsverhältnis* oder die *Lichtstärke* eines Objektivs ist definiert als das Verhältnis des Objektivdurchmessers zur Brennweite.

$$\text{Lichtstärke} = \frac{\text{Objektivdurchmesser}}{\text{Brennweite}} \quad (4-20)$$

Dabei wird der Durchmesser auf 1 normiert, d. h. ein Objektiv mit einem Durchmesser von 25 mm und einer Brennweite von 50 mm hat ein Öffnungsverhältnis von 1 : 2. Auf dem Objektiv sind das Öffnungsverhältnis und die Brennweite in mm angegeben, z. B. als „1 : 2,8 / 50“.

Die Blendenzahl

Außer durch die *Belichtungszeit* ist die auf den Film einfallende Lichtmenge durch eine hinter der Linse befindlichen Öffnung variable Größe, die *Blende* steuerbar. Ihre Größe wird durch die *Blendenzahl* oder *f-Zahl* ausgedrückt, die der Kehrwert des Öffnungsverhältnisses ist.

$$\text{Blendenzahl} = \frac{\text{Brennweite}}{\text{Blendendurchmesser}} \quad (4-21)$$

Da die Blendenzahl umgekehrt proportional zum Blendendurchmesser ist, bedeutet eine kleine Zahl eine große Öffnung.

Beispiel: Welche Blendenzahl ist bei einem Objektiv von 50 mm Brennweite und einem Linsendurchmesser von 18 mm maximal erreichbar?

$$\frac{\text{Brennweite}}{\text{max. Durchmesser}} = \frac{50 \text{ mm}}{18 \text{ mm}} = 2,8$$

Die auf den Film fallende Lichtmenge ist proportional zur Linsenfläche, also proportional zum $\sqrt{2} \approx 1,4$ fachen des Durchmessers²⁰. Da dieser wiederum umgekehrt zur Blendenzahl ist, unterscheiden sich die Blendenzahlen um den Faktor $\sqrt{2}$.

²⁰ Die Multiplikation einer Länge mit $\sqrt{2}$ bewirkt eine Multiplikation der zugehörigen Fläche mit $(\sqrt{2})^2 = 2$.

Beispiel: Reduziert man bei dem 50 mm-Objektiv aus dem letzten Beispiel die Fläche auf die Hälfte, so bedeutet dies eine Reduzierung der Öffnung um das $\sqrt{1/2} \approx 0,7$ fache. Die Öffnung muß also $0,7 \cdot 18 \text{ mm} = 12,5 \text{ mm}$ betragen, was eine Blendenzahl von

$$\frac{50 \text{ mm}}{12,5 \text{ mm}} = 4$$

ergibt. Dies ist das 1,4-fache der vorherigen Blende 2,8.

Die Blendenzahlen sind in den folgenden Stufen des Universalblendensystems vorgegeben:

1 1,4 2 2,8 4 5,6 8 11 16 22

4.5.3 Schärfentiefe

Der obere Teil von Abbildung 4-20 zeigt das Bild B eines Gegenstandspunktes G in der Filmebene E bei richtiger Einstellung der Bildweite (Entfernungseinstellung). Im mittleren Teil der Abbildung ist die Entfernungseinstellung nicht korrekt, der Gegenstandspunkt wird als Fleck B', als *Zerstreuungskreis* abgebildet. Im unteren Teil schließlich wird die Blendenöffnung verkleinert, was einen kleineren Zerstreuungskreis B'' zur Folge hat.

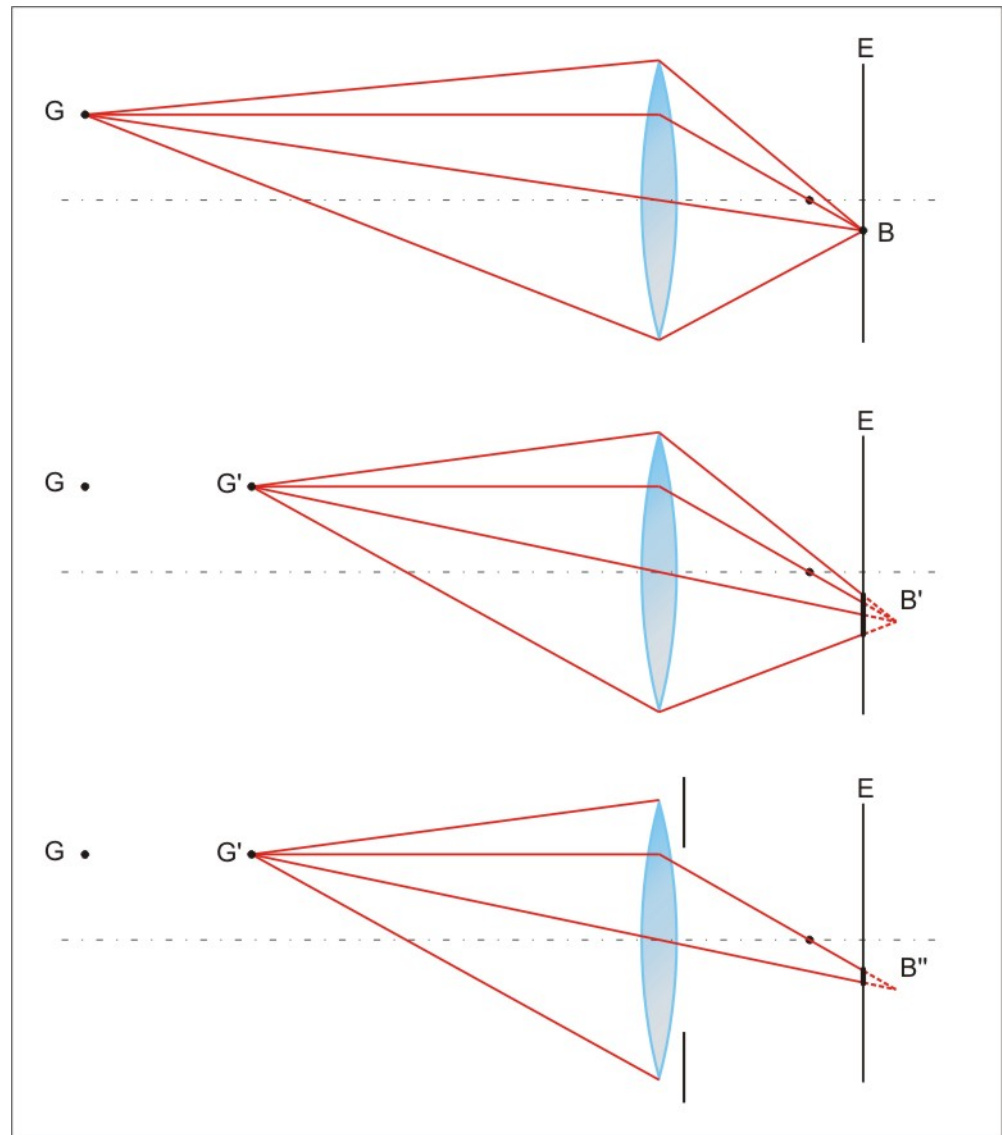


Abbildung 4- 20: Einfluß der Blende auf die Schärfe

Mit einer kleineren Blendenöffnung ist also die Kamera toleranter gegenüber falscher Entfernungseinstellung.

Abhängig vom Bildformat werden Zerstreuungskreise von 0,03 bis 0,05 mm Durchmesser noch als Punkte wahrgenommen. Daher erscheinen bei gegebener Entfernungseinstellung nicht nur die Gegenstände scharf, die sich genau in der entsprechenden Distanz befinden, sondern auch die in einem gewissen Bereich davor und dahinter liegenden Objekte. Dieser Bereich heißt *Schärfentiefebereich* oder kurz *Schärfentiefe*. Sie läßt sich mit der Blende beeinflussen: eine kleine Öffnung bewirkt eine große Schärfentiefe. Die Tabellen zeigt Schärfentiefebereiche für zwei Objektive bei zwei verschiedenen Entfernungseinstellungen.

Tabelle 1	Brennweite 50 mm		
Gegenstandsweite	Blende 2,8	Blende 5,6	Blende 11
1 m	0,97 - 1,04 m	0,93 - 1,08 m	0,88 - 1,16 m
5 m	4,20 - 6,10 m	3,70 - 7,90 m	2,90 - 18,20 m

OPTISCHE INSTRUMENTE

Tabelle 2	Brennweite 150 mm		
Gegenstandsweite	Blende 2,8	Blende 5,6	Blende 11
1 m	0,98 - 1,02 m	0,97 - 1,03 m	0,94 - 1,07 m
5 m	4,60 - 5,50 m	4,20 - 6,10 m	3,7 - 7,80 m

Wie den Tabellen zu entnehmen ist, nimmt der Schärfentiefebereich mit der Entfernung zu, und zwar hinter der eingestellten Entfernung stärker als davor. Auch liefern kurzbrennweitige Objektive eine größere Schärfentiefe als solche mit langer Brennweite.

Wellenoptik; Licht und Farben

5.1 Licht als elektromagnetische Welle

5.2 Brechung und Beugung

5.3 Farben und Spektren

5.1 Licht als elektromagnetische Welle

5.1.1 Wellen

5.1.2 Interferenz und Beugung

5.1.3 Elektromagnetische Strahlung

5.1.1 Wellen

Wirft man einen Stein ins Wasser, breiten sich Wellen um die Einschlagstelle kreisförmig aus. Schwimmt ein anderer Körper in der Nähe, ist zu beobachten, daß dieser sich zwar auf und ab bewegt, dabei aber nicht „mit den Wellen“ davongetragen wird. Also bewegt sich auch das Wasser nur auf und ab, nicht aber in Richtung der Wellenausbreitung. Das heißt: durch Wellen wird keine Materie transportiert, wohl aber Energie: das Wasser verrichtet am schwimmenden Körper Arbeit, indem es ihn auf und ab bewegt.

Abbildung 5.1 zeigt eine wassergefüllte Wanne, an deren Rand durch einen periodisch eintauchenden Körper, den *Erreger*, Wellen erzeugt werden. Eine solche *Wellenwanne* läßt sich im Badezimmer realisieren: der tropfende Wasserhahn als Erreger erzeugt kreisförmige Wellen im gefüllten Waschbecken.

Ein einzelnes Wassermolekül befindet sich zuerst am oberen Punkt A, um sich dann zum unteren Punkt B zu bewegen und schließlich nach A zurückzukehren. Diese Bewegung wiederholt sich periodisch.

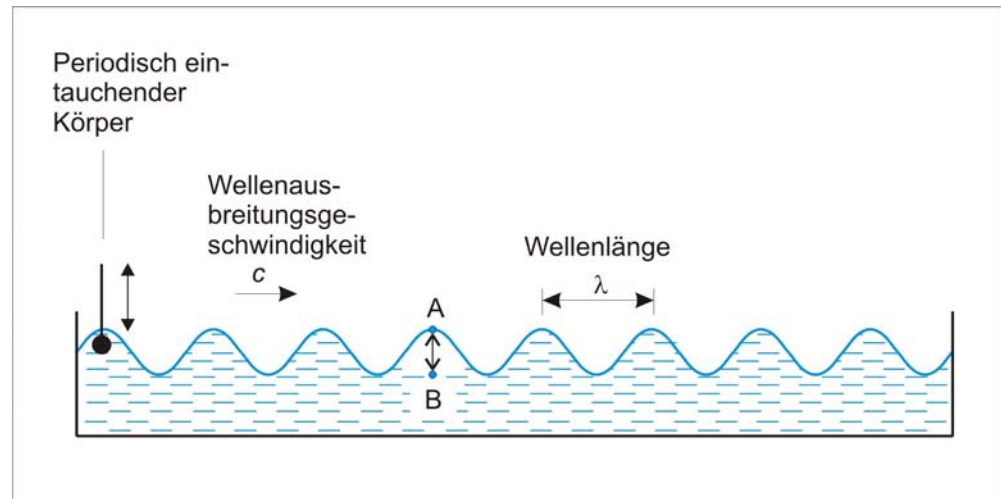


Abbildung 5-1: Die Wellenwanne

Die Zeit, die das Wassermolekül für den Weg von A nach B und zurück benötigt, nennt man die *Schwingungsdauer* T oder die *Periode*. Die Anzahl der Wellenbewegungen (Schwingungen) pro Sekunde heißt *Frequenz* ν ²¹ und ist der Kehrwert der Schwingungsdauer:

$$\nu = T^{-1}. \quad (5-1)$$

Die Dimension der Frequenz ist also 1 s^{-1} , wofür im Zusammenhang mit Schwingungen die Bezeichnung „Hertz“ verwendet wird, abgekürzt Hz. Außerhalb des deutschen Sprachraums findet man auch „Cycles per second“, abgekürzt cps.

$$[\nu] = 1 \text{ s}^{-1} = 1 \text{ Hz}. \quad (5-1a)$$

Eine weitere charakteristische Größe zur Beschreibung von Wellen ist die *Wellenlänge* λ , der Abstand zwischen zwei Wellenbergen (oder -tälern). Je schneller sich der Erreger bewegt, desto häufiger bewegen sich Wellen von ihm fort. Das bedeutet einerseits, daß die Wellenlänge λ kleiner und andererseits die Frequenz ν höher wird:

$$\nu \approx \lambda^{-1} \quad (5-2)$$

Der zugehörige Proportionalitätsfaktor ist die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit c . Sie gibt an, mit welcher Geschwindigkeit die Welle (d. h. ein Wellenberg oder -tal) wandert: die Welle, die das Wassermolekül von A nach B und zurück bewegt hat, befindet sich eine Periode später genau eine Wellenlänge weiter weg, d. h. sie hat in der Zeit T die Strecke λ zurückgelegt. Also ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu. \quad (5-3)$$

²¹ Dies ist kein kursives ν , sondern der griechische Kleinbuchstabe ν , gesprochen nü.

Damit wird aus (5-2) schließlich

$$\nu = c \cdot \lambda^{-1}. \quad (5-4)$$

5.1.2 Interferenz und Beugung

Isaac Newton vertrat die Meinung, daß Licht aus sich geradlinig bewegenden Teilchen (Korpuskeln) besteht. Diese Annahme erscheint zunächst naheliegend, da das Licht sich geradlinig ausbreitet und so reflektiert wird, wie ein Ball von einer Wand zurückgeworfen wird. Eine andere Auffassung vertrat Christiaan Huygens, der das Licht als eine Welle betrachtete, die sich von einer Lichtquelle aus nach allen Seiten ausbreitet.

Trifft Licht auf eine Kante, entsteht ein scharf begrenzter Schatten, so wie man es von sich geradlinig bewegenden Teilchen erwartet. Wäre Licht eine Welle, so würde sie sich hingegen ein wenig „um die Ecke“ bewegen, wie Wasserwellen, die sich um ein Hindernis herum ausbreiten. Dieser Umstand spricht dem ersten Anschein nach für das Korpuskelmodell.

Es lassen sich jedoch Experimente durchführen, die ein anderes Ergebnis liefern; zu deren Verständnis hier der Begriff der *Interferenz* eingeführt werden muß.

Wirft man zwei Steine gleichzeitig ins Wasser, breiten sich um jede Einschlagstelle herum kreisförmig Wellen aus. Dort, wo die Kreise sich schneiden,

- treffen an einer Stelle zwei Wellenberge oder –täler zusammen, oder
- es treffen ein Wellenberg und ein Wellental zusammen.

Im ersten Fall addieren sich die Wellenberge zu einem doppelt so hohen Wellenberg und die Wellentäler zu einem doppelt so tiefen Wellental. Diese *Überlagerung* (oder *Superposition*) von Wellen heißt *konstruktive Interferenz*. Im zweiten Fall löschen sich die Wellenzüge gegenseitig aus, hier spricht man von *destruktiver Interferenz*.

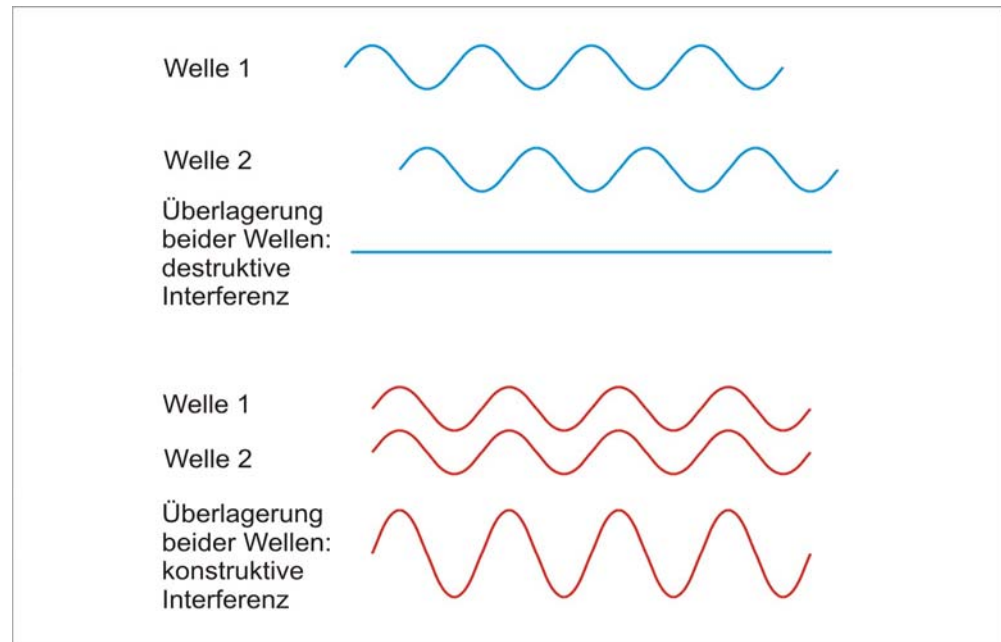


Abbildung 5-2: Interferenz

Stoßen ebene Wellenfronten in einer Wellenwanne auf eine Wand, in der sich eine (im Vergleich zur Wellenlänge) kleine Öffnung befindet, so wirkt diese Öffnung als Quelle neuer Wellen, die sich von dort aus halbkreisförmig über die Wasseroberfläche ausbreiten. Diese Wellen nennt man *Elementarwellen*.

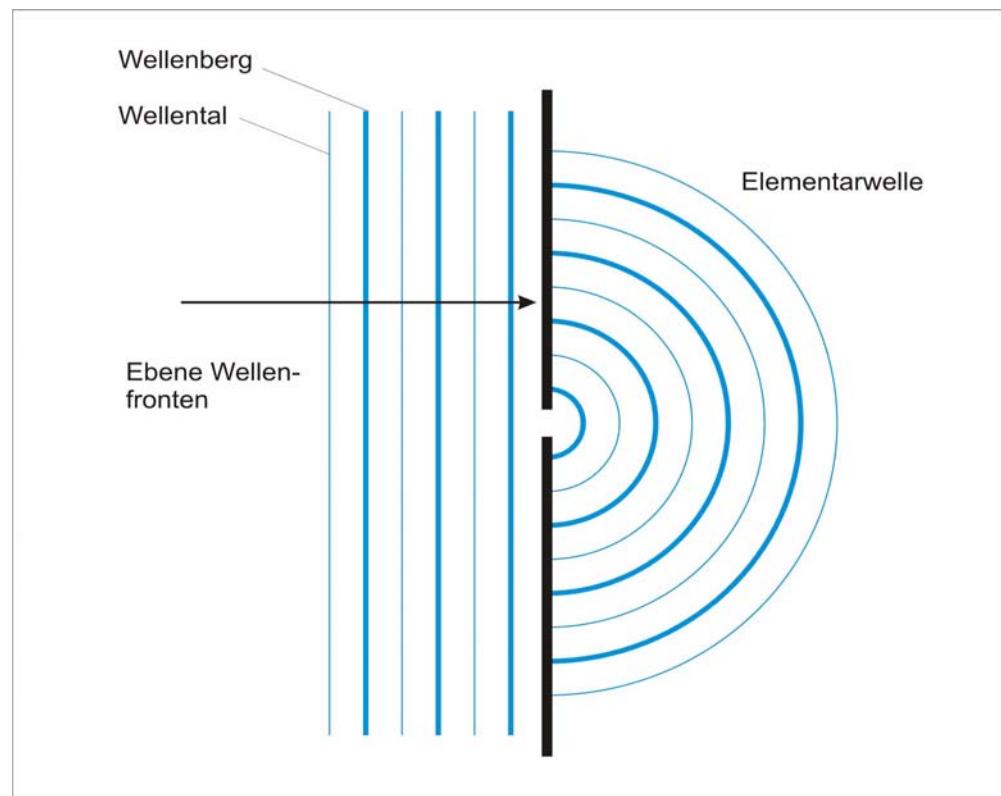


Abbildung 5- 3: Bildung einer Elementarwelle

Befinden sich in der Wand zwei Öffnungen, wirkt jede als Entstehungsort

einer neuen Elementarwelle: es sind nun zwei sich überlagernde Wellenzüge zu beobachten. Es bildet sich ein *Interferenzmuster* aus regelmäßig angeordneten konstruktive und destruktiven Interferenzen, ein Muster aus Verstärkungen und Auslöschungen.

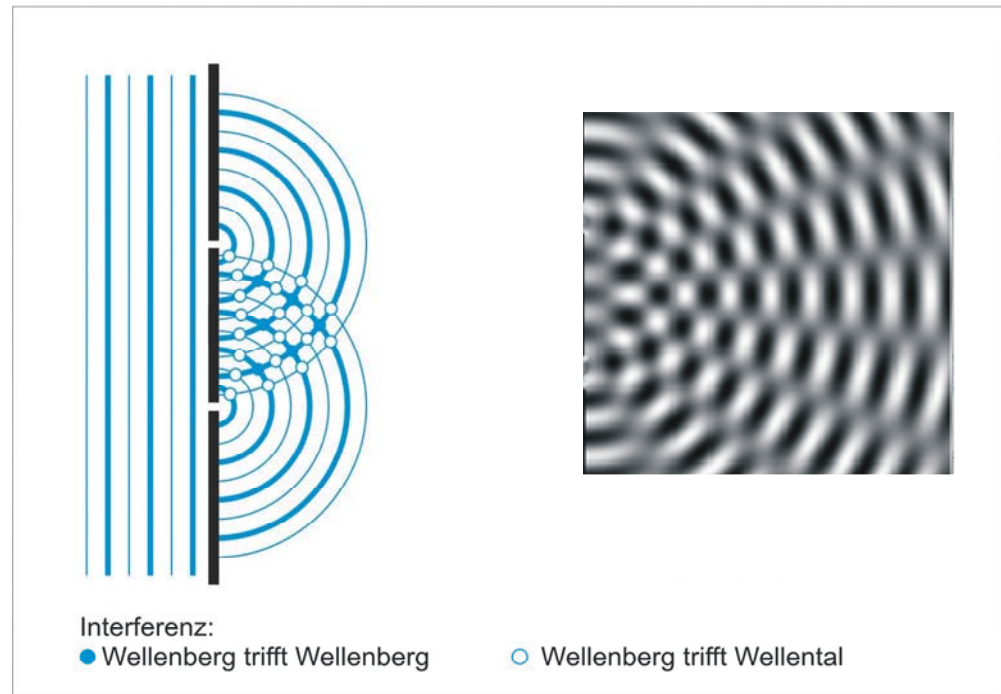


Abbildung 5- 4: Interferenz am Doppelspalt

In dieser Entstehung von Elementarwellen aus einer bestehenden Wellenfront zeigt sich das *Huygenssche Prinzip*²². Falls Huygens recht hätte und Licht eine Welle ist, so müßte man mit einer geeigneten Versuchsanordnung Interferenz beobachten können. Dazu läßt man Licht auf eine Wand mit zwei schmalen Spalten fallen. Die aus den Spalten austretenden Lichtwellen müßten sich wegen der dann auftretenden Interferenz auf einem dahinter aufgestellten Schirm als helle und dunkle Zonen zeigen. Ein solches Experiment führte Thomas Young aus und beobachtete genau dies: ein Muster aus hellen und dunklen Streifen. Damit war klar: Licht ist eine Welle²³.

²² Das Huygenssche Prinzip: Jeder Punkt einer bestehenden Wellenfront ist Ausgangspunkt einer neuen kugelförmigen Elementarwelle, die die gleiche Ausbreitungsgeschwindigkeit und Frequenz wie die ursprüngliche Wellenfront hat. Die Einhüllende aller Elementarwellen ergibt die Wellenfront zu einem späteren Zeitpunkt.

²³ Der Beweis scheint eindeutig. Es gibt aber auch Experimente, mit denen man genauso stichhaltig nachweisen kann, daß das Licht aus Teilchen (Photonen) besteht. Die Frage, was Licht „wirklich“ ist, läßt sich nicht einfach beantworten; man begibt sich bei weiteren Untersuchungen auf das Gebiet der Quantenphysik, in der u. a. von einem *Welle-Teilchen-Dualismus* oder von der *Doppelnatur des Lichts* die Rede ist.

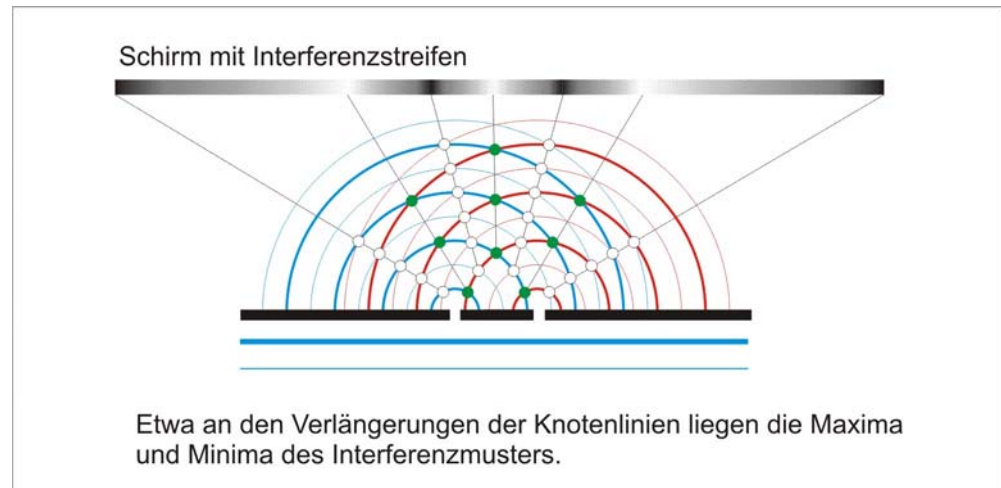


Abbildung 5- 5: Interferenzmuster

Dies war zuvor unbeobachtbar, weil die Wellenlänge des Lichts sehr klein gegenüber den schattenwerfenden Objekten ist, und Youngs Experiment konnte nur gelingen, weil die Öffnungen im Vergleich zur Wellenlänge des Lichts hinreichend klein waren. Tatsächlich wird Licht an einem Hindernis ein wenig „um die Ecke“ abgelenkt, diesen Effekt nennt man *Beugung* oder *Diffraction* des Lichts.

Hält man eine scharfe Kante, z. B. eine Rasierklinge oder ein Stück Papier vor eine kleine helle Lichtquelle, sieht man, daß die Kante dort, wo sie die Lichtquelle verdeckt, leuchtet.

5.1.3 Elektromagnetische Strahlung

Schwingende elektrische Ladungen erzeugen ein sich veränderndes elektrisches Feld, das stets mit einem sich ebenfalls verändernden Magnetfeld einhergeht. Man spricht daher vom *elektromagnetischen Feld*. Die Veränderung dieses Feldes breitet sich als *elektromagnetische Welle* im Raum aus²⁴. Wegen ihrer geradlinigen Ausbreitung ist auch von *elektromagnetischer Strahlung* die Rede.

Auch hier gelten die schon erörterten Zusammenhänge zwischen Frequenz, Wellenlänge und Ausbreitungsgeschwindigkeit:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \nu \quad \text{bzw.} \quad \nu = c \cdot \lambda^{-1}. \quad (5-5)$$

Alle Arten elektromagnetischer Strahlung breiten sich mit derselben Geschwindigkeit c , der *Lichtgeschwindigkeit*, aus. Sie beträgt im Vakuum

$$c \approx 300\,000 \text{ km/s} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s.}$$

(Der genaue Wert ist 299 792 458 m/s.) In Materie bewegt sich das Licht langsamer, z. B. gelten für Glas und Wasser

²⁴ Die schwingende Ladung stellt den Erreger dar, die wellenförmige Ausbreitung der Änderung des elektromagnetischen Feldes entspricht der Ausbreitung der Wasserwellen.

$$c_{\text{Glas}} \approx 200\,000 \text{ km/s},$$

$$c_{\text{Wasser}} \approx 225\,000 \text{ km/s}.$$

Die Eigenschaften der elektromagnetischen Strahlung werden von ihrer Frequenz bzw. ihrer Wellenlänge bestimmt: ein Beispiel für sehr kurzwellige Strahlung ist die Röntgenstrahlung, langwellige Strahlung kennen wir als Radiowellen. Auch die Wärmestrahlung ist elektromagnetischer Natur. Elektromagnetische Strahlung mit Wellenlängen von ca. 400 bis 700 nm werden vom menschlichen Auge wahrgenommen, diese Strahlung heißt *Licht*.

Abbildung 5-6 zeigt das elektromagnetische Spektrum in seiner Gesamtheit; herausgezogen ist der kleine Ausschnitt, den wir als Licht wahrnehmen.

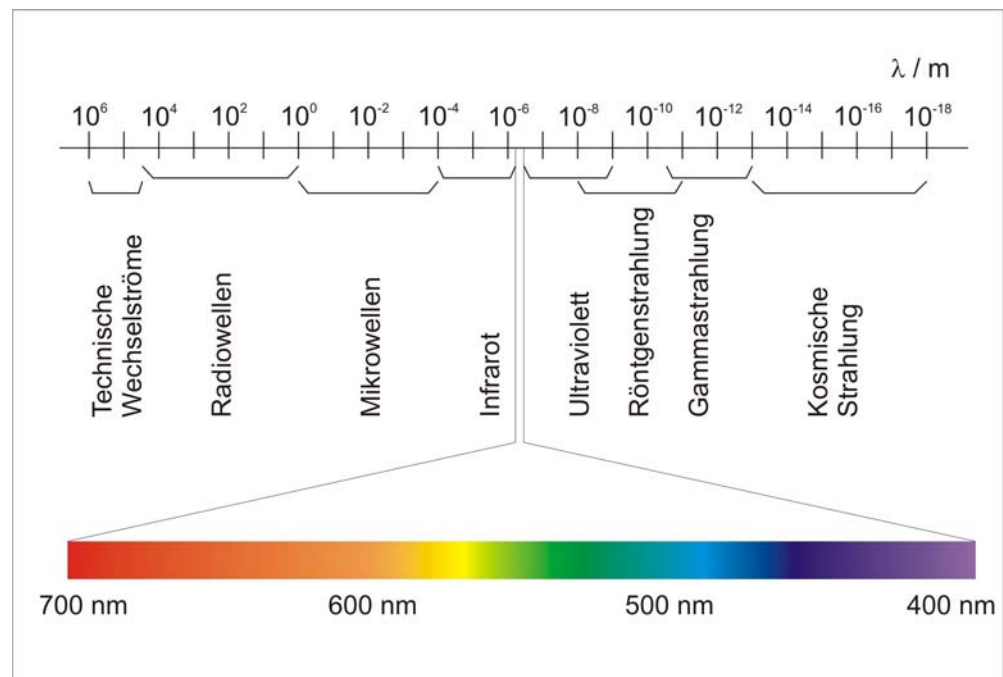


Abbildung 5-6: Licht ist ein Teil des elektromagnetischen Spektrums

Über die bloße Wahrnehmung des Lichts hinaus hat das menschliche Auge die bemerkenswerte Eigenschaft, die Wellenlängen unterscheiden zu können: Licht mit einer Wellenlänge von 400 nm nennen wir violett, solches mit einer Wellenlänge von 700 nm heißt rot.²⁵

Auch elektromagnetische Wellen transportieren Energie: die Sonnenenergie gelangt ausschließlich durch Strahlung zur Erde.

Je höher die Frequenz, desto energiereicher ist die Strahlung. Blaues Licht ist also energiereicher als rotes Licht. Ultraviolette Strahlung ist so energiereich, daß sie einen Sonnenbrand hervorrufen kann; infrarote Strahlung schafft das nicht.

²⁵ Der erst im Gehirn entstehende Farbeindruck ist allerdings nicht nur von der Wellenlänge abhängig; die Farben der Gegenstände müßten sich sonst unter verschiedenen Beleuchtungs-verhältnissen sehr stark ändern. Tatsächlich aber bleibt ein bei Tageslicht rotes Auto auch am Abend bei künstlicher Beleuchtung noch rot.

5.2 Brechung und Beugung

5.2.1 Brechung

5.2.2 Beugung

5.2.1 Brechung

In Kapitel 3 wurde schon erwähnt, daß an einem Prisma Licht verschiedener Wellenlängen unterschiedlich stark gebrochen wird. Dadurch wird weißes Licht in seine *Spektralfarben* (die „Regenbogenfarben“) zerlegt²⁶, es wird ein farbiges Band, das *Spektrum* erzeugt.

Mit anderen Worten: der Brechungsindex n (eines gegebenen Materials) ist wellenlängenabhängig, diese Erscheinung heißt *Dispersion*.

Im Allgemeinen ist der Brechungsindex für kleinere Wellenlängen größer: da er also für blaues Licht größer ist als für rotes Licht, wird blaues Licht stärker gebrochen als rotes Licht.

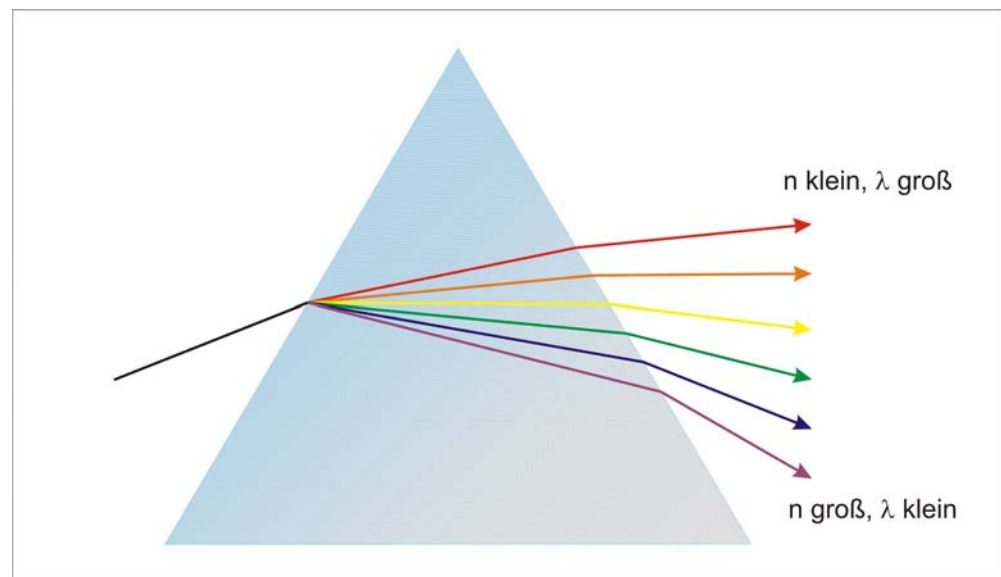


Abbildung 5-7: Brechung am Prisma

Wenn sich die Brechungsindizes für verschiedene Wellenlänge (hier mit „Rot“ und „Blau“ bezeichnet) unterscheiden, so gilt nach Formel (3-5)

$$n_{\text{Blau}} = \frac{c_{\text{Vakuum}}}{c_{\text{Blau}}}, \quad n_{\text{Rot}} = \frac{c_{\text{Vakuum}}}{c_{\text{Rot}}}, \quad (5-6)$$

was bedeutet, daß die Lichtgeschwindigkeit im brechenden Material ebenfalls wellenlängenabhängig ist.

Hinter einem Prisma entsteht ein *Spektrum*. Weißes Licht ist aus farbigem Licht zusammengesetzt. Die im Spektrum auftretenden *Spektralfarben* lassen sich nicht in weitere Farben zerlegen.

²⁶ Dies ist auch die Ursache der chromatischen Aberration.

5.2.2 Beugung

In Abbildung 5-8 fällt von links monochromatisches Licht durch zwei Spalte. Hinter dem unteren Spalt muß es einen um die Strecke AC , den *Gangunterschied*, längeren Weg zurücklegen, als hinter dem oberen Spalt.

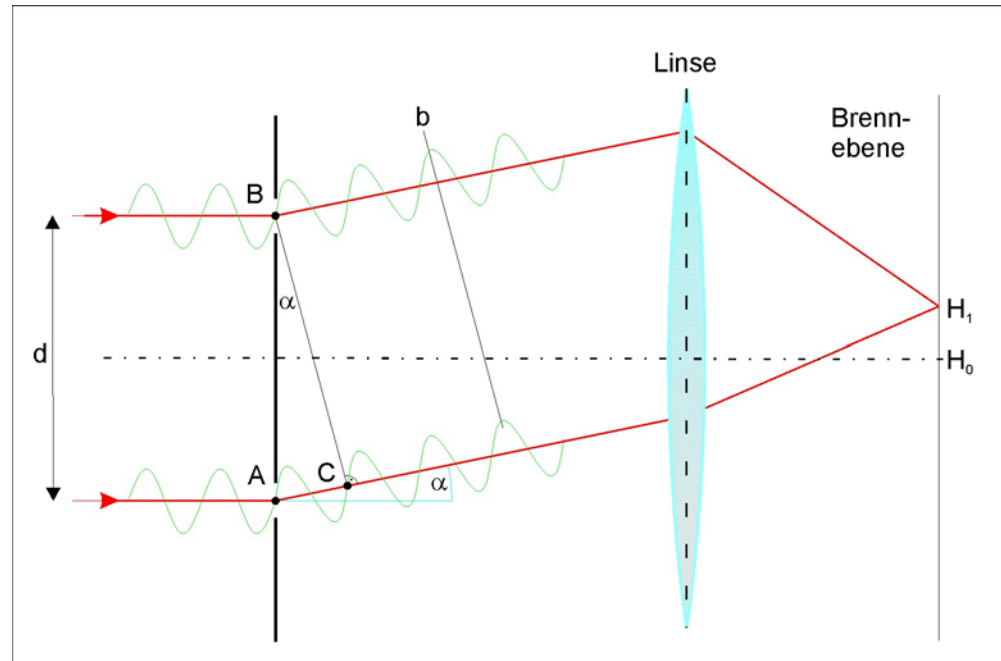


Abbildung 5-8: Gangunterschied und Interferenz

Der Gangunterschied beträgt hier genau eine Wellenlänge λ . Die aus dem unteren und dem oberen Spalt austretenden Wellenzüge sind damit wieder *in Phase*. Es entsteht (neben dem Hauptmaximum H_0 auf der optischen Achse) ein Helligkeitsmaximum an der mit H_1 bezeichneten Stelle. Die Wellenzüge, die die Öffnungen unter anderen Winkeln als α verlassen, erzeugen weitere Helligkeitsmaxima an anderen Stellen der Brennebene, und alle Maxima bilden (natürlich mit den dazwischen liegenden Minima) das schon aus Youngs Doppelspaltexperiment bekannte Interferenzmuster.

Wäre die Strecke AC zwei oder drei Wellenlängen lang, so würde ebenfalls konstruktive Interferenz eintreten. Allgemein gilt, daß die Interferenz bei ganzzahligen Vielfachen von λ , also bei

$$AC = z\lambda \quad (\text{mit } z \in \mathbb{Z}) \quad (5-7)$$

konstruktiv ist. Auslöschung, destruktive Interferenz, träte ein bei

$$AC = (2z + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}. \quad (5-8)$$

Viele nebeneinanderliegende Spalte bilden diese ein *Beugungsgitter*, der Abstand d zwischen zwei benachbarten Spalten heißt *Gitterkonstante*.

Die Lage des Helligkeitsmaximums wird durch den Winkel α bestimmt. Wie aus der Zeichnung ersichtlich, gilt

$$\sin \alpha = \frac{AC}{d} . \quad (5-9)$$

α ist aber auch von der Wellenlänge abhängig: es ist $AC = z \lambda$, also

$$\sin \alpha = \frac{z \cdot \lambda}{d} , \quad (5-10)$$

dies ist die sog. *Gitterformel* oder *Beugungsformel*.

Wegen dieser Wellenlängenabhängigkeit entsteht ein Band ineinander übergehender verschiedenfarbiger Maxima, ein Spektrum. Dies ist die spektrale Zerlegung des Lichts mit einem Beugungsgitter.

Wegen $\sin \alpha \sim \lambda$ gilt natürlich auch $\alpha \sim \lambda$, d. h. langwelliges Licht wird stärker abgelenkt, $\alpha_{\text{rot}} > \alpha_{\text{blau}}$. Das bedeutet, daß die Anordnung der Farben umgekehrt gegenüber dem Prisma ist. Außerdem werden wegen $z = 0, 1, 2, \dots$ mehrere Maxima, d. h. mehrere Spektren erzeugt, z ist die Anzahl der Spektren.



Abbildung 5- 9: Das Beugungsgitter für jedermann

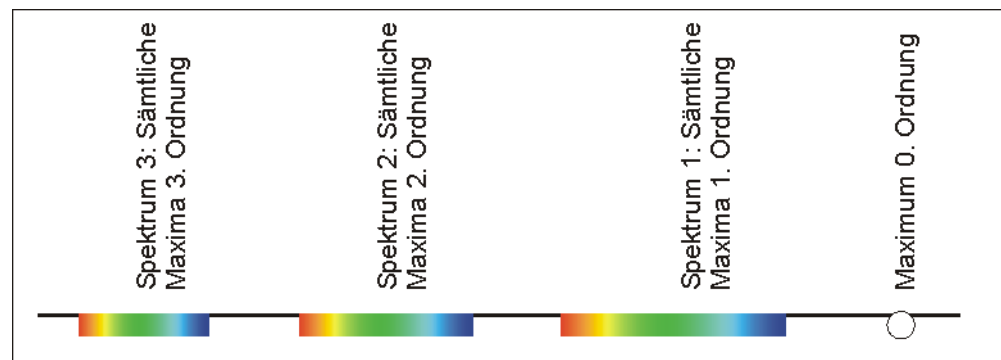


Abbildung 5-10: Ein Beugungsgitter erzeugt mehrere Spektren

Wie viele Spektren können erzeugt werden, d. h. wie groß kann z höchstens sein? Wegen $\sin \alpha < 1$ gilt

$$z < \frac{d \cdot 1}{\lambda} , \quad (5-11)$$

also

$$z_{\max} < \frac{d}{\lambda}. \quad (5-12)$$

Mit einem *Gitterspektrometer* läßt sich über die Bestimmung des Beugungswinkels die Wellenlänge monochromatischen Lichts, z. B. die genaue Lage einzelner Spektrallinien (siehe Abschnitt 5.3), messen:

$$\sin \alpha_z = \frac{z \cdot \lambda}{d} \Rightarrow \lambda = \frac{d \cdot \sin \alpha}{z} \quad (5-13)$$

Das spektrale Auflösungsvermögen des Spektrometers steigt mit der Anzahl der Linien pro mm.

Aus der Messung des Beugungswinkels bei bekannter Wellenlänge läßt sich die Gitterkonstante bestimmen. So kann man z. B. mit Röntgenstrahlung (λ einige nm) den Abstand der regelmäßig angeordneten Atome eines Kristalls messen, der hier als Beugungsgitter fungiert.

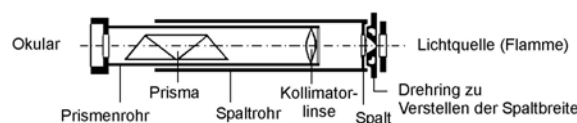
5.3 Farben und Spektren

Die Farbverteilung eines von einem Prisma oder einem Beugungsgitter erzeugten Spektrums hängt davon ab, welche Art von Licht verwendet wird. Eine LED erzeugt ein anderes Spektrum als z. B. die Sonne, eine Glühlampe oder eine Gasentladungsröhre. Besonders bei den letztgenannten Lichtquellen sind solche Unterschiede in der spektralen Verteilung mit dem Auge deutlich sichtbar: bei hohem Blauanteil spricht man von „kaltem“, bei hohem Rotanteil von „warmem“ Licht.

Linienpektren

Solche Spektren verschiedener Lichtquellen sind durchweg *kontinuierliche* Spektren. Glühende Gase oder Dämpfe erzeugen *diskontinuierliche* Spektren, sie bestehen aus *Spektrallinien*, die durch dunkle Zwischenräume voneinander getrennt sind. Verdampft man eine kleine Menge Kochsalz (Natriumchlorid) in einer Flamme, so wird diese durch den Natriumdampf deutlich gelb gefärbt. Betrachtet man dieses Licht durch ein Handspektroskop²⁷, so zeigt sich ein aus zwei gelben Linien²⁸ bei ca. 600 nm bestehendes *Linienpektrum*. Derartige Spektren verwendet man bei der *Spektralanalyse*, da jedes Element bzw. jede Verbindung charakteristische Spektrallinien zeigt.

²⁷ Dies ist ein kleines, hauptsächlich aus einem Spalt und einem Prisma bestehendes Gerät, welches beim Einblick das Spektrum der Lichtquelle zeigt.



²⁸ Ob man eine oder zwei Linien sieht, ist von der Qualität des Spektroskops abhängig.

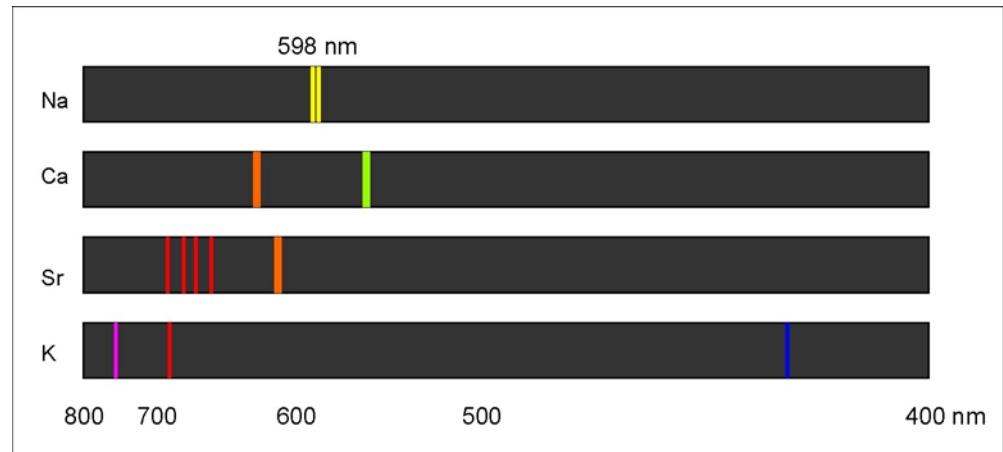


Abbildung 5-11: Linienspektren verschiedener Alkali- und Erdalkalimetalle

Körperfarben

Wie in Abschnitt 1.2 schon gezeigt, absorbieren undurchsichtige Körper einen großen Teil des auf sie fallenden Lichts. Dabei werden jedoch nicht alle Wellenlängen gleichmäßig absorbiert; ein Teil des Spektrums wird reflektiert. Ein grünes Blatt z. B. absorbiert im blauen und roten Wellenlängenbereich, die stärkste Reflektion liegt bei ca. 500 bis 550 nm, also im grünen Bereich.

Absorbiert ein Körper alle Farben, so erhält man von ihm keinen Farbeindruck mehr: ist er schwarz. Werden alle Farben gleichmäßig reflektiert, nennt man ihn weiß.

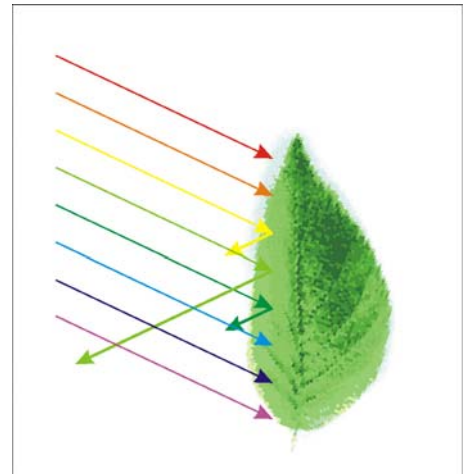


Abbildung 5-12: Weil vorwiegend der grüne Anteil des Spektrums reflektiert wird, ist die Farbe des Blattes grün.

Absorptionsspektren

Ähnliches gilt für den Durchgang weißen Lichts durch eine Flüssigkeit oder ein Gas: ein Teil des weißen Lichts wird im Medium absorbiert und man erhält ein für das jeweilige Medium charakteristisches *Absorptionsspektrum*. Die Absorptionsspektroskopie ist eine sehr vielseitige, häufig angewandte Analysenmethode (Biochemie: Untersuchung von Farbstoff- oder Enzymlösungen, Atmosphärenchemie: Analyse atmosphärischer Schadstoffe, Astronomie: Entdeckung komplexer Moleküle in interstellaren Wolken).

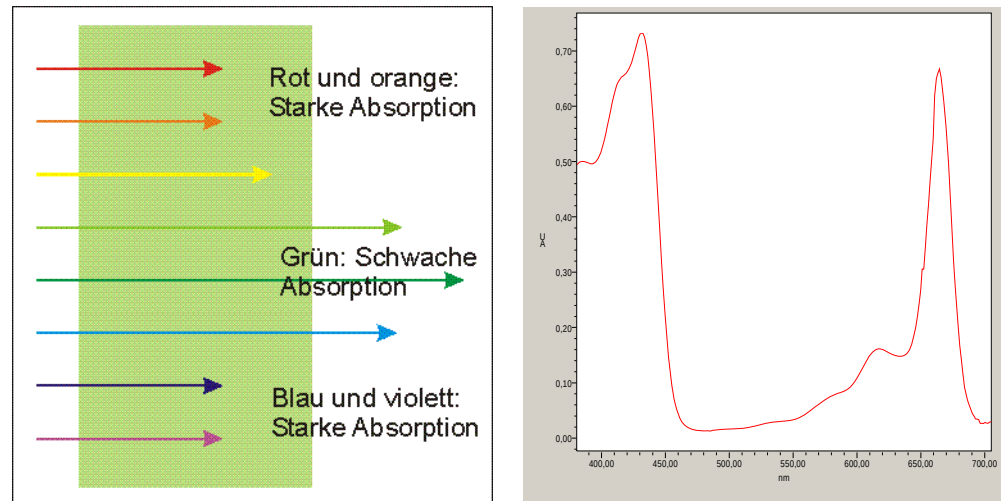


Abbildung 5-13: Die Absorption in einer grünen Flüssigkeit und das Absorptionsspektrum einer Lösung von Chlorophyll a

Photometrie

Bei der *Photometrie*, der Messung von Licht, muß man grundsätzlich unterscheiden, ob man über Eigenschaften der Lichtquelle oder Eigenschaften der beleuchteten Fläche spricht.

Grundlegende Meßgrößen sind die *Lichtstärke* (eine Eigenschaft der Lichtquelle) und die *Beleuchtungsstärke* (eine Eigenschaft der beleuchteten Fläche).

Eine helle Lichtquelle erscheint dem Auge „stärker“ als eine weniger helle, man spricht von der *Lichtstärke* I . Sie gibt an, wieviel Licht im Vergleich zu einer Einheitslichtquelle ausgestrahlt wird. Die Lichtstärke dieser Einheitslichtquelle, d. h. die Einheit der Lichtstärke, ist die *Candela* (cd)²⁹.

$$[I] = 1 \text{ cd} \quad (6-1)$$

In diesem Zusammenhang spricht man auch vom *Lichtstrom* Φ , den die Lichtquelle in einen Raumwinkel von 1 sr abstrahlt. Seine Einheit ist das *Lumen* (lm).

$$[\Phi] = 1 \text{ lm} = 1 \text{ cd} \cdot \text{sr} \quad (6-2)$$

Die *Beleuchtungsstärke* E gibt an, wie stark eine Fläche beleuchtet wird, man kann durch sie z. B. angeben, welche Helligkeit ein Arbeitsplatz herrscht. Sie ist von der Größe der beleuchteten Fläche, ihrer Entfernung zur Lichtquelle und vom Einfallswinkel der Lichtstrahlen abhängig. Ihre Einheit ist das *Lux* (lx). Ein Lichtstrom, der von einer Lichtquelle der Stärke 1 cd in 1 m Entfernung senkrecht auf eine 1 m² große Fläche fällt (also ein Lichtstrom von 1 lm), erzeugt eine Beleuchtungsstärke von 1 lx.

$$[E] = 1 \text{ lx} = 1 \text{ lm} / \text{m}^2 \quad (6-3)$$

²⁹ Früher verwendete man die 40 mm hohe Flamme einer mit Amylacetat gespeisten Dochtlampe bestimmter Bauart als Einheitslichtquelle. Diese „Hefnerkerze“ definierte die Maßeinheit 1 *Hefnerkerze*. Später wurde die Einheit 1 *Neukerze* als die Lichtstärke definiert, mit der 1/60 cm² eines schwarzen Körpers bei 1772 °C strahlt. Die heute gültige Festlegung lautet: „Die Candela ist die Lichtstärke in einer bestimmten Richtung einer Strahlungsquelle, die monochromatische Strahlung der Frequenz 540 THz aussendet und deren Strahlstärke in dieser Richtung 1/683 W/sr beträgt“.

Die Frequenz von 540 THz entspricht einer Wellenlänge von ca. 555 nm, hier liegt das Empfindlichkeitsmaximum des menschlichen Auges.

Eine 1 m^2 große Fläche werde mit der Lichtstärke 1 cd in 1 m Entfernung senkrecht beleuchtet. Eine in 2 m Entfernung befindliche Fläche müßte 4 m^2 groß sein, um denselben Lichtstrom zu empfangen; in 3 m Entfernung müßte sie 9 m^2 groß sein usw. Das heißt: die Beleuchtungsstärke nimmt mit dem Quadrat der Entfernung ab.

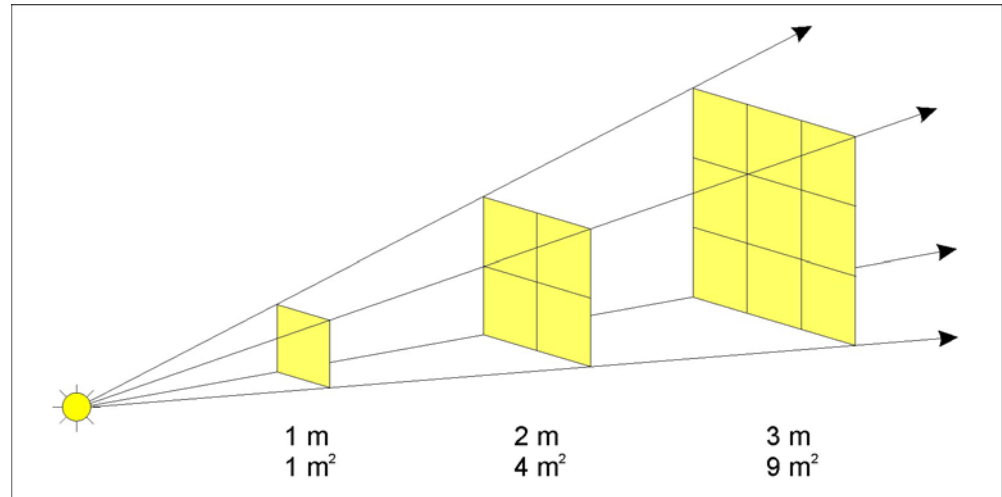


Abbildung 6-1: Abnahme der Beleuchtungsstärke mit der Entfernung: mit wachsender Entfernung benötigt man größere Flächen, um dieselbe Beleuchtung zu erhalten.

Bezeichnen wir die Beleuchtungsstärke in der Entfernung r_1 von einer Lampe mit E_1 und in der Entfernung r_2 mit E_2 , so ist

$$E_1 : E_2 = r_2^2 : r_1^2 \quad (6-4)$$

Beträgt sie z. B. in 1 m Entfernung 50 Lux , so ist sie in 2 m Entfernung nur noch $12,5 \text{ Lux}$, in 3 m Entfernung nur $5,5 \text{ Lux}$. In $0,5 \text{ m}$ Entfernung beträgt sie 200 Lux .

Häufig liegt die Fläche, auf die der Lichtstrom trifft, nicht senkrecht zum einfallenden Licht. Wie aus Abbildung 6-2 ersichtlich, empfängt eine zum einfallenden Licht senkrecht stehende Fläche A eine größere Lichtmenge als eine in einem Winkel α zum Lichteinfall liegende; sie ist heller. Die Beleuchtungsstärke hängt also von der Lage der beleuchteten Fläche ab, genauer gesagt vom Kosinus des Winkels α , den sie mit dem einfallenden Licht bildet. Präzisionsgeräte zur Lichtmessung berücksichtigen diese Abhängigkeit, sie besitzen eine *Cosinus-Korrektur*.

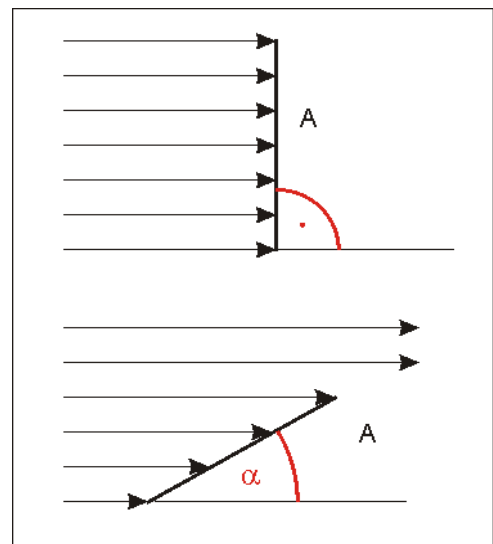


Abbildung 6- 2: Abhängigkeit der Beleuchtungsstärke von der Lage der beleuchteten Fläche

Der Zusammenhang zwischen Lichtstärke, Lichtstrom und Beleuchtungsstärke läßt sich folgendermaßen zusammenfassend darstellen:

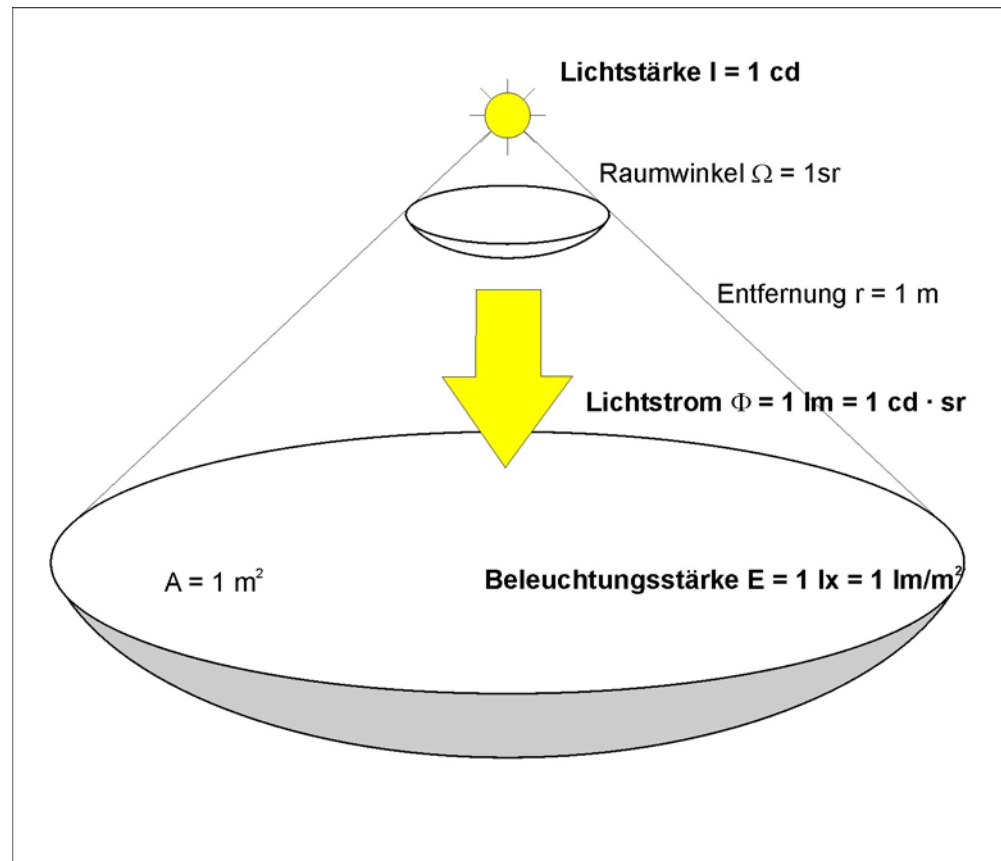


Abbildung 6-3: Lichtstärke, Lichtstrom und Beleuchtungsstärke

Prinzipiell lassen sich Lichtstärken dadurch ermitteln, daß der Abstand einer unbekannten Lichtquelle von einer bekannten Lichtquelle so verändert wird, daß beide Lichtquellen dieselbe Beleuchtungsstärke erzeugen. Vor der Erfindung des Photoelements (1931), das einen zur Lichtstärke proportionalen Strom erzeugt, war dies die einzige Möglichkeit (s. u., „Gipsprisma und Fettfleckphotometer“). Moderne Nachfolger des Photoelements sind heute vor allem der Photomultiplier und die Photodiode.

Das Auge weist je nach Wellenlänge eine unterschiedliche Empfindlichkeit auf: es ist z. B. für Karminrot (750 nm) 10000mal weniger empfindlich als für Gelbgrün (550 nm). Eine Fläche von 1 m^2 , auf die 1 Watt monochromatischen gelbgrünen Lichts (550 nm) auftrifft, wird wie eine Beleuchtungsstärke von 680 Lux empfunden, die gleiche Bestrahlungsstärke im Roten (750 nm) nur wie etwa 0,1 Lux.

Wie eine Lichtquelle bzw. eine bestimmte physikalische Lichtmenge physiologisch bewertet wird, hängt also von ihrer spektralen Zusammensetzung ab.

* Historisches: Gipsprisma und Fettfleck

Es wurde bereits erwähnt, daß Lichtstärken früher bestimmt wurden, indem man den Abstand einer unbekannten Lichtquelle von einer bekannten Lichtquelle solange veränderte, bis beide Lichtquellen dieselbe Beleuchtungsstärke erzeugen. Dazu beleuchtet man die Flächen A und B eines weißen Prismas mit zwei Lichtquellen L_1 und L_2 .

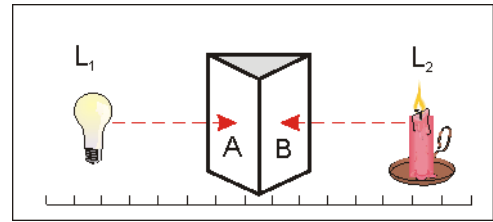


Abbildung 6- 4: Vergleich von Beleuchtungsstärken

Man schaut von vorne auf das Prisma, so daß beide Flächen unter demselben Winkel erscheinen. Dann verändert man die Entfernung der Lichtquellen so, daß dem Auge beide Flächen gleich hell, also gleich stark beleuchtet erscheinen. Sind in diesem Fall die Entfernungen der Lichtquellen von den Flächen A und B gleich groß, so haben beide die gleiche Lichtstärke.

Ist bei scheinbar gleich hellen Flächen (also bei gleicher Beleuchtungsstärke) die Entfernung der Lampe L_1 doppelt so groß wie die der Lampe L_2 , so muß die Lichtstärke I_1 der Lampe L_1 viermal so groß wie die Lichtstärke I_2 der Lampe L_2 sein, denn in der doppelten Entfernung ist die Beleuchtungsstärke viermal so klein.

Das *Fettfleckphotometer* nach Bunsen besteht aus einem durchscheinenden Papierschirm, auf dem in der Mitte ein ringförmiger Fettfleck angebracht ist. Zwei schräg gestellte Spiegel ermöglichen es, von vorn beide Seiten des Fettflecks gleichzeitig zu betrachten. Der Papierschirm wird von rechts und links durch die beiden zu vergleichenden Lichtquellen beleuchtet. Die Entfernung der Lichtquellen wird nun so lange geän-

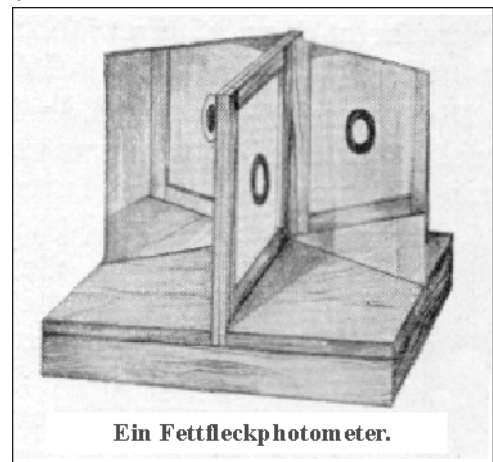


Abbildung 6- 5: Ebenfalls ein historisches Gerät

dert, bis der Fleck in beiden Spiegeln verschwindet. Dann ist ihre Beleuchtungsstärke auf dem Schirm dieselbe.

Der Fettfleck läßt mehr Licht hindurch als das Papier, reflektiert aber auch weniger. Wird der Schirm nur von einer Seite beleuchtet, so erscheint der Fettfleck in dem einen Spiegel im Vergleich zum Papier hell und in dem anderen dunkel.

Ist die Beleuchtungsstärke gleich, so spielt es keine Rolle, ob an einer Stelle mehr Licht hindurchgelassen und weniger reflektiert wird als an einer anderen, denn die Summe des reflektierten und des von der anderen Seite hindurchtretenden Lichts ist dann an jeder Stelle dieselbe. Der Fettfleck ist dann gerade so hell wie das Papier, d. h. er ist praktisch unsichtbar.